

Работа допущена к защите

зав. кафедрой

_____ Лебедев Владимир Сергеевич

«_____» _____ 2020 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**Тема: Лазерно-охлажденные ионы $^{25}\text{Mg}^+$ как платформа для
квантовых вычислений**

Направление: 03.03.01 – Прикладные математика и физика

Выполнил студент гр. 627

_____ Семенов Никита Викторович

Научный руководитель,

д. ф.-м. н.

_____ Колачевский Николай Николаевич

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Общие теоретические сведения	6
1.1. Линейная квадрупольная ловушка Пауля	6
1.2. Лазерное охлаждение	9
1.3. Кубиты и квантовые логические операции	11
Глава 2. Кубит на основе ионов магния	13
2.1. Схема уровней	13
2.2. Охлаждение $^{25}\text{Mg}^+$ и подготовка состояния	14
2.3. Возбуждение перехода	15
2.4. Полный набор однокубитных операций	16
2.5. Детектирование состояния	17
2.6. Преимущества и недостатки	18
2.7. Расщепление в магнитном поле, чувствительность к флуктуациям	19
Глава 3. Эксперименты и численные расчеты	23
3.1. Экспериментальная установка	23
3.1.1. Лазерная система	23
3.1.2. Вакуумная камера и ловушка Пауля	24
3.1.3. Радиочастотная антенна, источники магнитных полей	25
3.1.4. Метод псевдофотоионизации	26
3.2. Эксперимент по охлаждению $^{25}\text{Mg}^+$	27
3.3. Численный расчет охлаждения и накачки $^{25}\text{Mg}^+$	28
Заключение	32
Список литературы	33

Введение

С конца прошлого века и до настоящего времени квантовые вычисления остаются одним из главных направлений развития фундаментальной и прикладной физики. О преимуществах квантовых вычислителей над классическими в эффективности моделирования поведения квантовых систем было сказано еще в 1982 году Ричардом Фейнманом [1], а первое описание универсального квантового компьютера как абстрактной квантовой машины, эффективно моделирующей эволюцию любой физической системы с любой наперед заданной точностью, было дано Дэвидом Дойчем в 1985 году [2]. С появлением квантовых алгоритмов стало ясно, что квантовые компьютеры способны не только осуществлять симуляции эволюции различных систем, но и решать такие вычислительные задачи, для которых не существует алгоритма решения на классической универсальной машине Тьюринга. Например, алгоритм Дойча-Йожа [3], хоть и решающий конкретную очень упрощенную с точки зрения вычислений задачу, демонстрирует экспоненциальное превосходство квантового компьютера над классическим.

Одним из самых важных квантовых алгоритмов является алгоритм Шора [4], решающий с помощью квантового компьютера проблему разложения большого числа на простые множители. Важность этого алгоритма связана с тем, что большинство применяемых на сегодняшний день криптографических схем используют сложность факторизации больших чисел на классическом компьютере. Квантовый же компьютер, реализующий алгоритм Шора, способен обойти это ограничение, чем и обусловлен большой интерес к области квантовых вычислений в последние десятилетия. Первые результаты по реализации алгоритма Шора были получены в 2001 году для числа 15 [5] и в 2012 году для числа 21 [6].

На данный момент существует множество физических платформ для проведения квантовых вычислений: от сверхпроводящих кубитов на джозефсоновских переходах [7] до оптических кубитов на фотонах различной поляризации [8]. Для того чтобы конкретная система была пригодна для квантовых вычислений, она должна отвечать определенным общепринятым критериям (критериям ДиВинченцо) [9]:

- Система должна быть масштабируемой с явно выделенным кубитом;
- Должна существовать возможность перевести кубит в некоторое заданное начальное состояние;
- Время декогеренции системы должно быть большим по сравнению со средним временем операции;

- Должен существовать «универсальный набор» квантовых операций;
- Должна существовать возможность считать состояние определенного кубита в произвольный момент.

Первый критерий требует, чтобы система позволяла работать с переменным числом кубитов, а также, чтобы посторонние уровни, не относящиеся к кубиту (а такие в случае кубита на нейтральных атомах и на ионах, очевидно, присутствуют), слабо влияли на процесс вычисления. Четвертый критерий требует существования небольшого набора операций над кубитами (импульсов магнитного поля, лазерного света и т.д.), причем такого, чтобы любая другая операция, не входящая в данный набор, была с любой наперед заданной точностью воспроизводима с помощью операций «универсального набора». Суть остальных критериев ясна из их формулировки.

В связи с этим интерес представляют квантовые компьютеры на охлажденных ионах в ловушках. Современные конструкции ловушек позволяют не только загружать почти произвольное количество ионов, но и перемещать их при помощи вспомогательных полей для оптимизации процесса вычисления [10]. Времена когерентности, обусловленные спонтанным распадом, способны достигать величин в тысячи или миллионы лет (для кубита на сверхтонких уровнях). Процессы с одиночным кубитом, такие как подготовка состояния, однокубитные операции и считывание состояния производятся с достоверностью выше 99.9% [11] при помощи оптических либо радиочастотных полей, а двухкубитные операции достигают эффективностей в 99% и выше [12], тем самым, удовлетворяя всем критериям ДиВинченцо.

Настоящая работа преследует цель реализации масштабируемых квантовых вычислений на лазерно-охлажденных ионах $^{25}\text{Mg}^+$ с использованием комбинированного оптического и радиочастотного удержания в линейной квадрупольной ловушке Пауля. Данная цель подразумевает следующие задачи: загрузка и охлаждение ионов $^{25}\text{Mg}^+$, проведение и характеристика однокубитных операций, обеспечение аксиального оптического удержания, проведение и характеристика двухкубитных операций. Настоящая работа посвящена решению первой задачи.

В первой главе кратко излагаются теоретические вопросы, связанные с принципом работы ловушки Пауля и лазерного охлаждения, а также введены фундаментальные понятия квантовых вычислений. Вторая глава посвящена исследованию иона $^{25}\text{Mg}^+$ как кубита, описана схема охлаждения, подготовки и считывания состояния, предъявлен полный набор однокубитных операций. Также в этой главе перечислены основные преимущества и недостатки использования иона $^{25}\text{Mg}^+$ для квантовых вычислений и произведен аналитический

расчет расщепления сверхтонкой структуры иона $^{25}\text{Mg}^+$ в магнитном поле с целью нахождения оптимального для квантовых вычислений на этом ионе значения индукции. Третья глава содержит описание экспериментальной установки и результаты эксперимента по охлаждению $^{25}\text{Mg}^+$, кроме того, в этой главе представлен численный расчет эффективностей охлаждения и накачки.

Расчетная часть работы была проделана автором лично, экспериментальная часть проводилась при непосредственном участии автора.

Глава 1

Общие теоретические сведения

1.1. Линейная квадрупольная ловушка Пауля

Основная цель создания ловушек для атомных частиц — это локализация частиц в некоторой малой области пространства для последующих манипуляций над ними. Из-за наличия заряда у иона на него в главном приближении действует сила Лоренца, зависящая от напряженностей электрического и магнитного полей в точке расположения иона. Для приложений в квантовых вычислениях удобнее всего использовать лишь электрическое поле (такая разновидность ловушки называется ловушкой Пауля). Однако удержать ион при помощи постоянного электрического поля не представляется возможным по теореме Ирншоу. По этой причине в ловушке Пауля используется радиочастотное неоднородное поле.

На ион с зарядом e в электрическом поле с потенциалом $\Phi(\mathbf{r})$ действует сила

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} = -e\nabla\Phi. \quad (1.1)$$

Для того чтобы сила была линейной по координатам (для обеспечения гармоничности колебаний), необходимо, как следует из (1.1), чтобы потенциал был по ним квадратичен:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \text{const} \cdot (ax^2 + by^2 + cz^2). \quad (1.2)$$

Помимо этого должно удовлетворяться уравнение Лапласа в области, где нет сторонних зарядов:

$$\Delta\Phi = 0 \quad (1.3)$$

Отсюда следует соотношение

$$a + b + c = 0. \quad (1.4)$$

Ниже будет рассмотрен один из частных случаев, реализованный в линейной квадрупольной ловушке Пауля:

$$a = 1, \quad b = -1, \quad c = 0. \quad (1.5)$$

В плоскости $x - y$ этот потенциал создается при помощи четырех гиперболических электродов, как показано на рис. 1.1. Противоположные электроды имеют одинаковый потенциал и находятся на расстоянии $2r_0$ друг от друга, а между смежными электродами приложено напряжение Φ_0 . Таким образом, потенциал имеет вид

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{2r_0^2}(x^2 - y^2). \quad (1.6)$$

Как было указано выше, поле должно быть переменным. Рассмотрим гармоническое напряжение с постоянным сдвигом:

$$\Phi_0 = -U_{dc} + V_{ac} \cos \omega t. \quad (1.7)$$

Отсюда получим уравнения движения для иона в форме уравнений Матье [13]:

$$\frac{d^2 x(\tau)}{d\tau^2} + (a - 2q \cos 2\tau)x = 0, \quad (1.8)$$

$$\frac{d^2 y(\tau)}{d\tau^2} - (a - 2q \cos 2\tau)y = 0, \quad (1.9)$$

где

$$\tau \equiv \frac{\omega}{2}t, \quad a \equiv \frac{4eU_{dc}}{m\omega^2 r_0^2}, \quad q \equiv \frac{2eV_{ac}}{m\omega^2 r_0^2}. \quad (1.10)$$

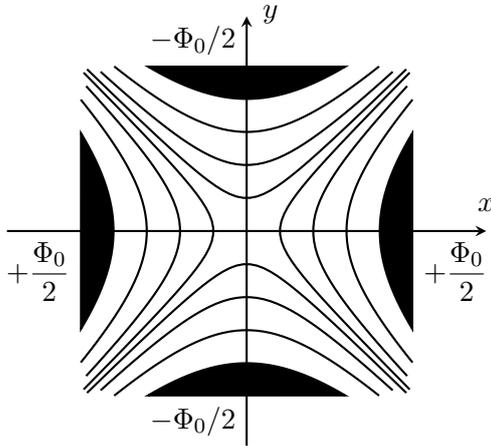


Рис. 1.1. Экипотенциальные поверхности линейной квадрупольной ловушки Пауля в плоскости $x - y$

По теореме Флоке, являющейся аналогом теоремы Блоха в физике твердого тела, для каждого из уравнений (1.8)-(1.9) существует решение следующего вида:

$$F_\mu(\tau) = e^{i\mu\tau} P(\tau), \quad (1.11)$$

где $P(\tau)$ — периодическая функция с периодом, равным π , а параметр μ является функцией a и q . Общее решение уравнения Матье будет линейной комбинацией функций $F_\mu(\tau)$ и $F_\mu(-\tau)$. Следовательно, движение иона будет финитным только в том случае, если число μ окажется действительным: $\mu = \beta$.

Для каждого значения β можно вычислить зависимость $a(q)$ методом последовательных приближений [14] и получить области устойчивости на диаграмме $a - q$ (рис. 1.2, а). По оси x используются значения $+a$ и $+q$, по оси y — значения $-a$ и $-q$. Для получения общей диаграммы устойчивости (по обоим осям) необходимо наложить обе диаграммы друг на друга с учетом знаков и выделить области их пересечения. Первая такая область изображена на рис. 1.2, б.

Из периодичности функции $P(\tau)$ в формуле (1.11) следует, что общее решение представимо в виде ряда Фурье. В вещественной форме его общий вид

$$x(\tau) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \cos(2n + \beta)\tau + B \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \sin(2n + \beta)\tau, \quad (1.12)$$

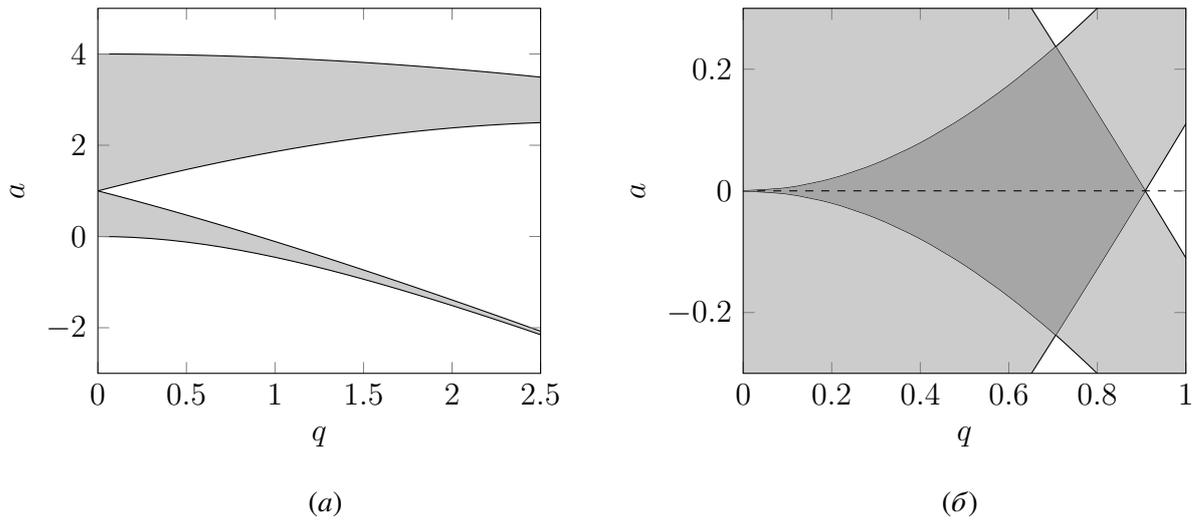


Рис. 1.2. (а) — области устойчивости решений уравнения Маттье для $0 \leq \beta \leq 1$ и $1 \leq \beta \leq 2$ (диаграмма симметрична относительно оси a); (б) — первая область устойчивости в линейной квадрупольной ловушке Пауля (выделена темно-серым). Данные взяты из [14]

где только коэффициенты A и B зависят от начальных условий. Отсюда, в частности, следует, что спектр колебаний иона, помимо основной частоты поля ω содержит также и меньшую частоту

$$\omega_s = \frac{\beta}{2}\omega, \quad (1.13)$$

которая называется секулярной частотой и представляет собой частоту медленных колебаний с большой амплитудой, на которую накладывается высокочастотные низкоамплитудные колебания, получившие название микродвижения.

Для удержания иона по оставшейся оси (оси z) уже не требуется переменное поле, поэтому здесь можно использовать, например, кольцевые электроды постоянного потенциала (рис. 1.3). В этом случае при достаточном гармонизме аксиальная секулярная частота будет просто совпадать с частотой колебаний в потенциале электродов.

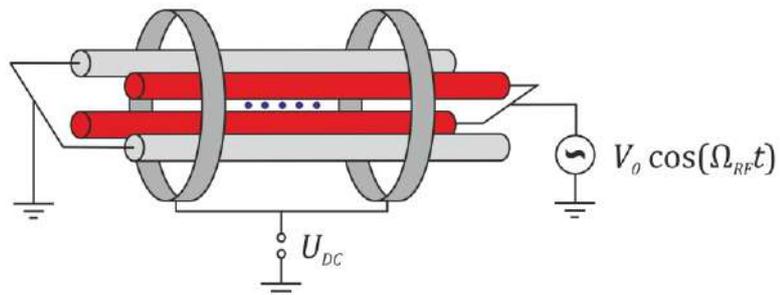


Рис. 1.3. Одна из возможных принципиальных схем конструкции линейной ловушки

1.2. Лазерное охлаждение

Из специальной теории относительности следует, что частота излучения, воспринимаемая движущимся приемником, зависит от скорости этого приемника. Это явление, называемое эффектом Доплера, можно использовать для эффективного охлаждения атомных частиц. Действительно, если частота излучения отстроена в красную область от резонансного перехода, то при движении навстречу пучку с определенной скоростью доплеровский сдвиг компенсирует отстройку, и фотон, летящий навстречу частице, поглотится, замедляя ее. Переизлучение же положим изотропным, таким образом, оно в среднем не меняет импульс. Если частица летит в ту же сторону, что и фотоны, то отстройка станет еще больше, и для такого движения фотоны поглощаться не будут. Поясним вышеизложенное формулами. Вывод, данный ниже, частично повторяет вывод из [15].

Эффективная сила трения. Пусть атом (ион) пойман в ловушку, которую для простоты будем считать одномерной. Излучение состоит из одного лазерного пучка, направленного вдоль оси ловушки. Рассмотрим случай, когда частота движения атома в ловушке намного меньше естественной ширины перехода, на котором работает охлаждение. Это означает, что по сравнению с периодом колебаний атома временем цикла «поглощение-переизлучение» можно пренебречь, следовательно, за время этого цикла скорость атома практически не меняется, поэтому общий эффект при одном акте «поглощение-переизлучение» можно представить в виде некоторой эффективной силы. За один акт атому передается импульс $\hbar k$, а частота таких актов равна произведению скорости спонтанного распада Γ на вероятность нахождения в возбужденном состоянии ρ_{ee} , которая равна [16]

$$\rho_{ee} = \frac{s/2}{1 + s + (2\delta_{\text{eff}}/\Gamma)^2}, \quad (1.14)$$

где $s = 2\Omega^2/\Gamma^2$ — параметр насыщения, зависящий от частоты Раби Ω , определяемой интенсивностью излучения. Эффективная отстройка $\delta_{\text{eff}} = \Delta - kv$ складывается из реальной отстройки $\Delta = \omega - \omega_0$ и доплеровского сдвига $-kv$. При малых скоростях выражение (1.14) можно разложить до линейных членов по v , в результате чего получим следующее выражение для эффективной силы (по оси ловушки):

$$F_a = \hbar k \Gamma \rho_{ee} = F_0(1 + \kappa v), \quad (1.15)$$

где

$$F_0 = \hbar k \Gamma \frac{s/2}{1 + s + (2\Delta/\Gamma)^2}, \quad (1.16)$$

$$\kappa = \frac{8k\Delta/\Gamma^2}{1 + s + (2\Delta/\Gamma)^2}. \quad (1.17)$$

Из (1.17) видно, что сила представляет собой вязкую силу трения, если отстройка Δ отрицательная. Скорость изменения энергии, усредненная за период, таким образом, равна

$$\dot{E}_c = \langle F_a v \rangle = F_0 (\langle v \rangle + \kappa \langle v^2 \rangle) = F_0 \kappa \langle v^2 \rangle, \quad (1.18)$$

так как для атома в ловушке $\langle v \rangle = 0$.

Скорость нагрева. Несмотря на то, что в среднем при испускании фотона импульс атома не меняется, из-за случайных блужданий в импульсном пространстве квадрат импульса (пропорциональный кинетической энергии) в среднем увеличивается с каждым актом испускания. Рассмотрим этот процесс поподробнее. В главном порядке будем считать, что процессы поглощения и испускания резонансные. Из законов сохранения энергии и импульса следуют следующие соотношения на частоты поглощенного и испущенного фотонов [17]:

$$\omega_{\text{abs}} = \omega_0 + \mathbf{k}_{\text{abs}} \mathbf{v} - \frac{1}{2} \omega_0 \beta^2 + R/\hbar, \quad (1.19)$$

$$\omega_{\text{em}} = \omega_0 + \mathbf{k}_{\text{em}} \mathbf{v}' - \frac{1}{2} \omega_0 \beta^2 - R/\hbar, \quad (1.20)$$

где $R = (\hbar k)^2/2M$ — энергия отдачи, $\beta = (v/c)^2$, \mathbf{v} и \mathbf{v}' — скорости атома перед и после поглощения. При усреднении по всем направлениям испускания фотона второе слагаемое в (1.20) обратится в ноль. Отсюда можно получить среднее изменение энергии атома за один акт как взятое с обратным знаком изменение энергии фотона:

$$\Delta E_K(\text{atom}) = -\Delta E(\text{photon}) = \hbar(\omega_{\text{abs}} - \omega_{\text{em}}) = \hbar \mathbf{k} \mathbf{v} + 2R. \quad (1.21)$$

Первое слагаемое в (1.21) отвечает за охлаждение, которое было рассмотрено выше. Второе же отвечает за нагрев, обусловленный отдачей при испускании фотона. Скорость этого нагрева считается так же, как и раньше, только здесь в главном порядке следует положить $\mathbf{v} = 0$, и усреднения по периоду производить уже не нужно:

$$\dot{E}_h = 2R\Gamma \rho_{ee}(v=0) = \frac{(\hbar k)^2}{M} \Gamma \rho_{ee}(v=0). \quad (1.22)$$

Доплеровский предел. В стационарном случае процессы охлаждения и нагрева компенсируют друг друга:

$$\dot{E}_c + \dot{E}_h = 0. \quad (1.23)$$

Подставляя \dot{E}_c и \dot{E}_h из (1.18) и (1.22) соответственно, получим для установившейся температуры атома:

$$k_B T = M \langle v^2 \rangle = -\frac{\hbar k}{\kappa} = -\frac{\hbar \Gamma}{8} \left[(1+s) \frac{\Gamma}{\Delta} + \frac{4\Delta}{\Gamma} \right]. \quad (1.24)$$

График функции (1.24) представлен на рис. 1.4. Минимально достижимая при доплеровском охлаждении температура T_m называется доплеровским пределом и может быть найдена исследованием (1.24) на минимум по Δ :

$$T_m = \frac{\hbar \Gamma \sqrt{1+s}}{2k_B}. \quad (1.25)$$

Достигается эта температура при отстройке Δ_m :

$$\Delta_m = -\Gamma \sqrt{1+s}/2. \quad (1.26)$$

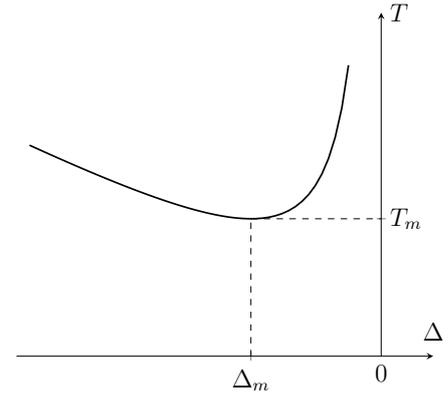


Рис. 1.4. Зависимость температуры атома от отстройки лазера

1.3. Кубиты и квантовые логические операции

В основе квантовых вычислений лежит понятие квантового бита, или кубита. Под кубитом понимается любая двухуровневая квантовая система. Состояния в этой системе обозначаются $|0\rangle$ и $|1\rangle$, подобно классическому биту. Однако, в отличие от классического бита, квантовый бит способен (в силу принципа суперпозиции) находиться в линейной комбинации состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle. \quad (1.27)$$

Для коэффициентов α и β , естественно, выполняется условие нормировки:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \quad (1.28)$$

Из этого условия можно вывести наглядную интерпретацию вектора $|\psi\rangle$, которая будет использоваться в дальнейшем. Действительно, заметим, что это условие позволяет записать вектор $|\psi\rangle$ как

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \right). \quad (1.29)$$

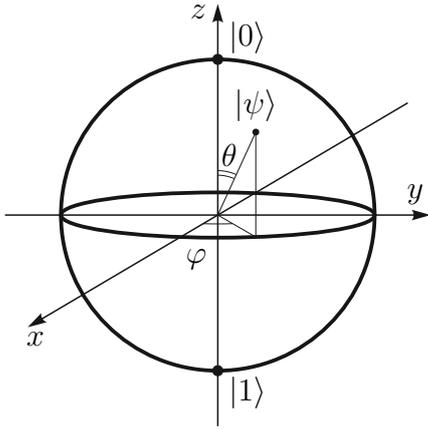


Рис. 1.5. Сфера Блоха

Поскольку глобальная фаза γ не приводит ни к каким наблюдаемым эффектам, будем полагать ее равной нулю, тогда состояние кубита можно описать двумя углами: θ и φ . В связи с этим вводят так называемую сферу Блоха, на которой точка, задаваемая сферическими координатами θ и φ , символизирует вектор $|\psi\rangle$, а северный и южный полюса отвечают за состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ соответственно (рис. 1.5).

Изменение состояния кубита можно описывать с помощью математического аппарата квантовых вычислений.

Квантовая механика постулирует для всякой замкнутой квантовой системы унитарную эволюцию. Это значит, что любой оператор, действующий на кубит, может быть представлен в виде унитарной матрицы 2×2 . Базис в пространстве унитарных матриц 2×2 принято брать в виде матриц Паули:

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (1.30)$$

Операторы вращения вокруг соответствующих осей на сфере Блоха имеют вид

$$R_x(\alpha) \equiv e^{-i\alpha\sigma_x/2} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} & -i \sin \frac{\alpha}{2} \\ -i \sin \frac{\alpha}{2} & \cos \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix}, \quad (1.31)$$

$$R_y(\alpha) \equiv e^{-i\alpha\sigma_y/2} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} & -i \sin \frac{\alpha}{2} \\ -i \sin \frac{\alpha}{2} & \cos \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix}, \quad (1.32)$$

$$R_z(\alpha) \equiv e^{-i\alpha\sigma_z/2} = \begin{bmatrix} e^{-i\alpha/2} & 0 \\ 0 & e^{i\alpha/2} \end{bmatrix}. \quad (1.33)$$

Эти вращения полезны тем, что с их помощью можно выполнить любую однокубитную операцию, а именно, справедлива следующая теорема [18]: произвольный унитарный оператор U , действующий на один кубит, представим в виде

$$U = e^{i\alpha} R_x(\beta) R_y(\gamma) R_x(\delta), \quad (1.34)$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — действительные числа. Это означает, что операции R_x и R_y представляют собой так называемый полный набор однокубитных операций: умея вращать кубит вокруг осей x и y на произвольный угол, можно реализовать любое наперед заданное конечное состояние (при условии, что известно начальное).

Кубит на основе ионов магния

2.1. Схема уровней

Для целей данной работы были выбраны ионы $^{25}\text{Mg}^+$. Доля этого изотопа в природном магнии около 10%. Остальные стабильные изотопы — ^{24}Mg и ^{26}Mg — составляют соответственно 80% и 10%. Обратимся к схеме уровней $^{25}\text{Mg}^+$ (рис. 2.1, а). Только у этого изотопа спин ядра ненулевой: $I = 5/2$, вследствие чего у основного ионного термина $^2S_{1/2}$ имеется сверхтонкое расщепление по полному моменту атома F : $F = 2$ и $F = 3$. Помимо этого термина интерес представляет еще один: терм $^2P_{3/2}$ с также имеющим место сверхтонким расщеплением по $F = 1, 2, 3, 4$. Подуровни $F = 3, 4$ этого термина будут использоваться как вспомогательные для осуществления охлаждения, а также для подготовки и детектирования состояния.

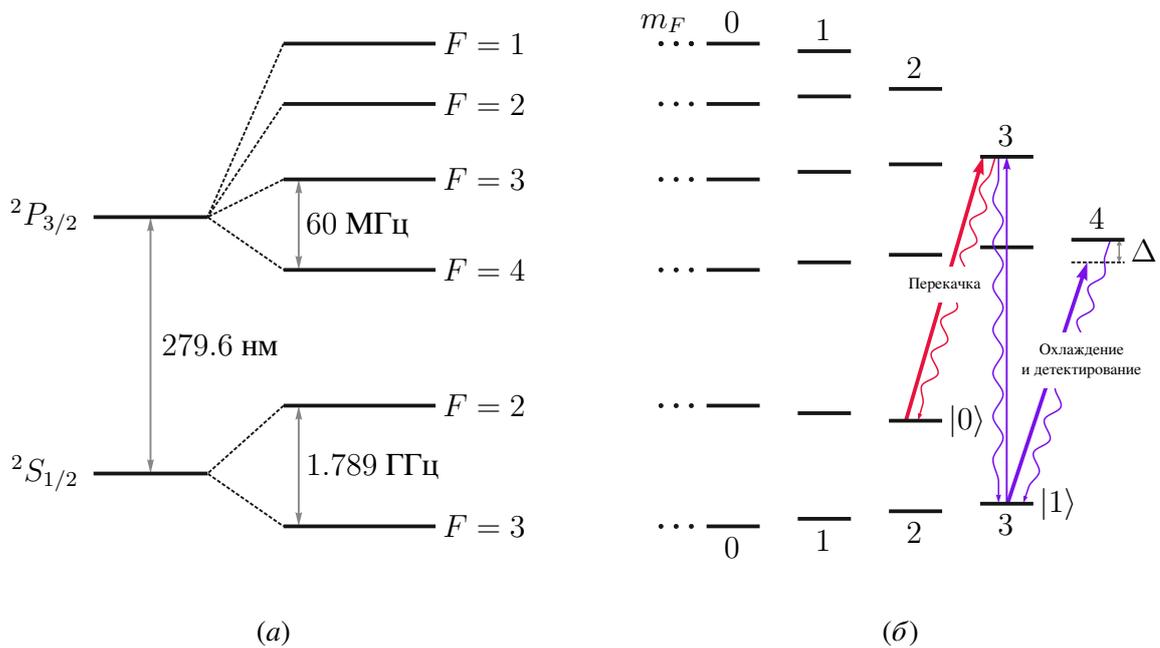


Рис. 2.1. (а) — упрощенная схема уровней иона $^{25}\text{Mg}^+$; (б) — схема охлаждения $^{25}\text{Mg}^+$

Величина сверхтонкого расщепления в атомной системе вычисляется по формуле [19]

$$\Delta E_{\text{HF}} = \frac{1}{2}KA + \frac{\frac{3}{2}K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)}B, \quad (2.1)$$

где $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$, а A и B — константы сверхтонкого расщепления, отвечающие за взаимодействие электронной оболочки с магнитным дипольным и электрическим квадрупольным моментами ядра соответственно. Для иона $^{25}\text{Mg}^+$ на низколежащих

уровнях эти константы определены экспериментально [20] (для ${}^2S_{1/2}$) или вычислены теоретически [21] (для ${}^2P_{3/2}$):

$${}^2S_{1/2} : \quad A_0 = -596.254376 \text{ МГц}, \quad (2.2)$$

$${}^2P_{3/2} : \quad A_2 = -19.29 \text{ МГц}, \quad B_2 = 22 \text{ МГц}. \quad (2.3)$$

Отсюда находим величину расщепления для ${}^2S_{1/2}$ и ${}^2P_{3/2}$, подставив в (2.1):

$${}^2S_{1/2}(F = 2 \leftrightarrow F = 3) : \quad 1.789 \text{ ГГц}, \quad (2.4)$$

$${}^2P_{3/2}(F = 3 \leftrightarrow F = 4) : \quad 60 \text{ МГц}. \quad (2.5)$$

Эти два уровня (${}^2S_{1/2}(F = 3)$ и ${}^2S_{1/2}(F = 2)$) и будут представлять собой основу для реализации кубита. Обусловлено это тем, что дипольный переход между этими уровнями запрещен правилом отбора по четности, а разрешен магнитно-дипольный переход с шириной [22]

$$\Gamma_{\text{HF}} = \frac{4\alpha\omega^3\hbar^2 I}{27m_e^2 c^4 (2I + 1)} \left(\sqrt{2(1 + \sqrt{1 - Z^2\alpha^2})} + 1 \right)^2 \sim 10^{-14} \text{ с}^{-1}, \quad (2.6)$$

что соответствует времени жизни $> 10^6$ лет.

В отсутствие магнитного поля имеется $2F + 1$ -кратное вырождение по проекции момента. Для снятия этого вырождения и задания оси квантования система может быть внесена в постоянное магнитное поле. В этом случае дополнительное расщепление определяется формулой эффекта Зеемана (в слабых полях) [19]:

$$\Delta E_Z = \mu_B g_F m_F B, \quad (2.7)$$

где факторы Ланде g_J и g_F вычисляются по формулам

$$g_J = 1 + \frac{J(J + 1) - L(L + 1) + S(S + 1)}{2J(J + 1)}, \quad (2.8)$$

$$g_F = g_J \frac{F(F + 1) - I(I + 1) + J(J + 1)}{2F(F + 1)}, \quad (2.9)$$

а μ_B — магнетон Бора.

2.2. Охлаждение ${}^{25}\text{Mg}^+$ и подготовка состояния

Для охлаждения ${}^{25}\text{Mg}^+$ будет использоваться переход ${}^2S_{1/2}(F = 3, m_F = 3) \leftrightarrow {}^2P_{3/2}(F = 4, m_F = 4)$ (см. рис. 2.1, б), являющийся циклическим из-за того, что все остальные дипольные переходы из состояния ${}^2P_{3/2}(F = 4, m_F = 4)$ запрещены правилами отбора по изменению проекции момента на ось квантования. Частоту этого перехода

можно вычислить, исходя из известных частот аналогичных переходов в других изотопах. Частота перехода ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{3/2}$ в изотопе ${}^{24}\text{Mg}^+$ равна, согласно измерениям, проведенным в [23], $f_{24} = 1\,072\,082\,934.33$ МГц (длина волны 279.6 нм) с естественной шириной $\gamma = 41$ МГц. С учетом изотопического сдвига и сверхтонкого расщепления, частота перехода ${}^2S_{1/2}(F = 3, m_F = 3) \leftrightarrow {}^2P_{3/2}(F = 4, m_F = 4)$ в ${}^{25}\text{Mg}^+$ будет равна [23] $f_{25} = 1\,072\,085\,225$ МГц (без учета магнитного поля).

Для возбуждения этого перехода необходимо излучение с частотой, отстроенной в красную область примерно на $\gamma/2$ (см. формулу (1.26)), и с σ^+ -поляризацией, направленное вдоль оси квантования, которое несложно получить при помощи пластинки $\lambda/4$. Однако, вследствие неидеальности поляризации, нестройкой параллельности пучка и магнитного поля, а также сравнимости величины расщепления ${}^2P_{3/2}$ с шириной линии, возможен нерезонансный переход ${}^2S_{1/2}(F = 3, m_F = 3) \leftrightarrow {}^2P_{3/2}(F = 3, m_F = 3)$, который будет приводить к распаду в «темное» состояние ${}^2S_{1/2}(F = 2, m_F = 2)$ и выводу ионов из цикла охлаждения. Чтобы предотвратить такие распады, необходим второй пучок, настроенный в резонанс с переходом ${}^2S_{1/2}(F = 2, m_F = 2) \leftrightarrow {}^2P_{3/2}(F = 3, m_F = 3)$ и имеющий σ^+ -поляризацию.

В качестве одного из кубитных уровней, таким образом, целесообразно использовать уровень $|1\rangle = {}^2S_{1/2}(F = 3, m_F = 3)$, поскольку накачка на него может быть осуществлена отключением охлаждающего лазера при включенном лазере перекачки.

2.3. Возбуждение перехода

Вторым кубитным уровнем, очевидно, будет уровень $|0\rangle = {}^2S_{1/2}(F = 2, m_F = 2)$, поскольку только в такое состояние возможен магнитно-дипольный переход с $|1\rangle$. Возбуждать этот переход можно непосредственно радиочастотным излучением на частоте 1.789 ГГц с учетом сдвигов, обусловленных магнитным полем. Зависимость амплитуд вероятности от времени $c_0(t)$ и $c_1(t)$ для уровней $|0\rangle$ и $|1\rangle$ соответственно с учетом начальных условий $c_0(0) = 0$, $c_1(0) = 1$ дается формулами, описывающими осцилляции Раби [24]:

$$c_0(t) = \left[i \frac{\Omega_R}{\Omega} e^{-i\phi} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right] e^{-i\Delta t/2}, \quad (2.10)$$

$$c_1(t) = \left[\cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right] e^{i\Delta t/2}, \quad (2.11)$$

где ϕ — фаза лазерного излучения, $\Omega_R = \frac{|V_{01}|}{\hbar}$ — резонансная частота Раби, $\Delta = \omega - \omega_0$ — отстройка частоты излучения от резонанса, $\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}$ — обобщенная частота Раби, с которой меняется населенность уровней. Эта формула справедлива в общем случае,

независимо от типа перехода. От типа перехода зависит только частота Раби Ω_R , которая определяется конкретным видом возмущения \hat{V} и его матричным элементом V_{01} . На рис. 2.2, *а* отображена зависимость $|c_0|^2$ от безразмерного параметра $\Omega_R t$ для разных отстроек. Видно, что при нулевой отстройке в некоторый момент времени, называемый временем π -импульса, населенность уровня $|0\rangle$ достигает единицы, а период колебаний максимальный. На рис. 2.2, *б* изображена зависимость $|c_1(\pi/\Omega_R)|^2$ от Δ/ω_0 . При $\Delta = 0$ наблюдается резкий провал. Это означает, что эксперимент по измерению частоты Раби и времени π -импульса можно проводить в два этапа. Сначала для некоторого набора фиксированных частот в районе предполагаемой частоты Раби измерить зависимость $|c_0(t)|^2$ и выбрать в качестве времени π -импульса t_π половину максимального из наблюдаемых периодов. Затем, зафиксировав это время, снять зависимость $|c_1(t_\pi)|^2$ от ω и определить точку провала на графике, сужая область поиска. Эту процедуру нужно повторять до тех пор, пока не будет достигнута желаемая точность результата.

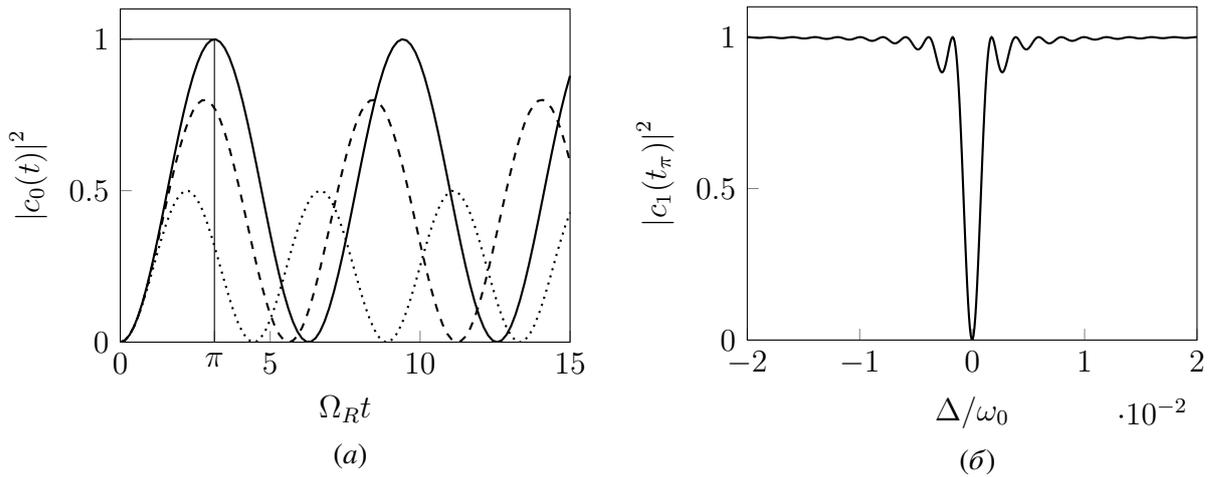


Рис. 2.2. *(а)* — осцилляции Раби для различных отстроек: $\Delta/\Omega_R = 0$ (сплошная линия), $\Delta/\Omega_R = 0.5$ (штриховая линия), $\Delta/\Omega_R = 1$ (пунктирная линия); *(б)* — населенность нижнего уровня после π -импульса в зависимости от отстройки, отношение ω_0/Ω_R взято равным 10^3

2.4. Полный набор однокубитных операций

Рассмотрим зависимости (2.10), (2.11) при $\Delta = 0$ в общем случае [24]:

$$c_0(t) = c_0(0) \cos \frac{\Omega_R t}{2} + i e^{i\phi} c_1(0) \sin \frac{\Omega_R t}{2}; \quad (2.12)$$

$$c_1(t) = c_1(0) \cos \frac{\Omega_R t}{2} + i e^{-i\phi} c_0(0) \sin \frac{\Omega_R t}{2}. \quad (2.13)$$

Оператор, реализующий такое преобразование, имеет вид

$$U = \begin{bmatrix} \cos \frac{\Omega_R t}{2} & i e^{i\phi} \sin \frac{\Omega_R t}{2} \\ i e^{-i\phi} \sin \frac{\Omega_R t}{2} & \cos \frac{\Omega_R t}{2} \end{bmatrix} = \cos \frac{\Omega_R t}{2} - i \sin \frac{\Omega_R t}{2} (-\cos \phi \sigma_x + \sin \phi \sigma_y), \quad (2.14)$$

что на сфере Блоха соответствует повороту на угол $\Omega_R t$ вокруг горизонтальной оси, повернутой на угол ϕ от оси x (рис. 2.3). Таким образом, регулируя фазу излучения, можно реализовать повороты вокруг любой горизонтальной оси, а регулируя время импульса, можно менять угол поворота, а значит, как следует из раздела 1.3, имеем полный набор однокубитных операций.

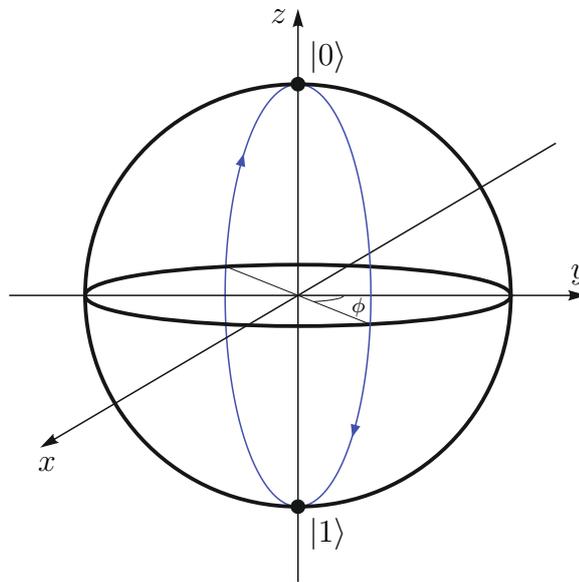


Рис. 2.3. Представление резонансных осцилляций Раби на сфере Блоха

2.5. Детектирование состояния

Детектирование состояния достаточно несложно провести с уже имеющимися пучками для охлаждения. Для этого необходимо после проведения однокубитной операции включить только охлаждающий пучок. При этом светиться будут лишь те ионы, которые остались в состоянии $|1\rangle$. По относительной интенсивности этого свечения можно определить населенность обоих уровней. Естественно, время такого измерения должно быть значительно меньше характерного времени ухода иона из охлаждающего цикла, поскольку лазер переключки отключен, поэтому необходимо заранее обеспечить максимально возможную чистоту поляризации для минимизации потерь.

2.6. Преимущества и недостатки

Описанные методы обладают рядом преимуществ и недостатков, основные из которых перечислены ниже.

Преимущества:

- Ион магния обладает сравнительно малой массой. Меньшей массой из всех ионов, пригодных для квантовых вычислений, обладает только бериллий. Это дает возможность достичь больших секулярных частот, тем самым подавляя доплеровские сдвиги и увеличивая эффективность двухкубитных операций из-за режима Лэмба-Дике [25].
- Малые значения сверхтонких расщеплений позволяют использовать всего одну лазерную систему для охлаждения, накачки и детектирования.
- Радиочастотное возбуждение позволяет достичь времен операций порядка десятков наносекунд [26].

Недостатки:

- Не существует лазерных источников, генерирующих излучение на длине волны 280 нм, поэтому для создания такого излучения приходится использовать удвоители частоты, что сопряжено с дополнительными трудностями.
- Длина волны радиочастотного излучения на частоте 1.789 ГГц равна 17 см, что делает невозможной индивидуальную адресацию ионов в ловушке, среднее расстояние между которыми составляет сотые доли миллиметра.
- Спин ядра равен $5/2$, следовательно, число магнитных подуровней будет достаточно велико — 7 штук для уровня $^2S_{1/2}(F = 3)$, что существенно ограничивает выбор состояний, на которые может быть эффективно осуществлена накачка.
- Разность частот уровней $|0\rangle$ и $|1\rangle$ весьма чувствительна к магнитному полю, поскольку используются крайние подуровни сверхтонких уровней, а из (2.7) следует, что именно для таких состояний сдвиг энергии будет наибольшим. Чувствительность к флуктуациям магнитного поля приводит к уменьшению времени когерентности системы, и, как следствие, уменьшает максимально возможное число проводимых над кубитом операций.

2.7. Расщепление в магнитном поле, чувствительность к флуктуациям

Для повышения времени когерентности кубита необходимо обеспечить минимальную чувствительность его к флуктуациям магнитного поля. Это условие выражается в том, чтобы разность энергий для двух подуровней, рассматриваемых в качестве кубита, как можно меньше менялась при малом изменении магнитного поля. На первый взгляд может показаться, что это условие может выполняться только для кубита между уровнями $|F = 2, m_F = 0\rangle$ и $|F = 3, m_F = 0\rangle$, как видно из формулы (2.7) (уровни энергии с нулевой проекцией момента, согласно этой формуле, не меняются вообще, остальные линейно зависят от поля). Связано это с тем, что поле изначально предполагается малым, так что зеемановское расщепление мало по сравнению со сверхтонким. В более сильных полях становится видно, что при некоторых значениях индукции частота перехода между определенными магнитными подуровнями перестает зависеть от малого изменения этой индукции. Найдем эти значения и уровни.

Для расчета расщепления в произвольном по величине магнитном поле нужно использовать вырожденную теорию возмущений, в которой в качестве начального базиса выступают состояния с определенным моментом электронной оболочки J . Оператор возмущения включает в себя как сверхтонкое взаимодействие, так и взаимодействие с магнитным полем, и для выбранных кубитных уровней иона $^{25}\text{Mg}^+$ имеет вид

$$\widehat{V} = A\widehat{\mathbf{I}}\widehat{\mathbf{J}} + \mu_B g_J \widehat{\mathbf{J}}\mathbf{H} = A\widehat{\mathbf{I}}\widehat{\mathbf{J}} + \mu_B g_J \widehat{J}_z H = A\widehat{\mathbf{I}}\widehat{\mathbf{J}} + \widehat{W}_z. \quad (2.15)$$

Будем проводить вычисления в базисе состояний $|F, m_F\rangle$, в котором оператор сверхтонкого взаимодействия, очевидно, диагональный. В рамках первого порядка вырожденной теории возмущений возникает секулярное уравнение

$$\begin{vmatrix} \langle F, m_F | \widehat{W}_z + A\widehat{\mathbf{I}}\widehat{\mathbf{J}} | F, m_F \rangle - \Delta E & \langle F, m_F | \widehat{W}_z | F', m'_F \rangle & \dots \\ \langle F', m'_F | \widehat{W}_z | F, m_F \rangle & \langle F', m'_F | \widehat{W}_z + A\widehat{\mathbf{I}}\widehat{\mathbf{J}} | F', m'_F \rangle - \Delta E & \dots \\ \dots & \dots & \ddots \end{vmatrix} = 0, \quad (2.16)$$

где ΔE — искомые сдвиги энергии. Найдем матричные элементы оператора \widehat{W}_z . Поскольку $\mathbf{J} = \mathbf{F} - \mathbf{I}$, то верна следующая цепочка равенств:

$$\begin{aligned} \langle F', m'_F | \widehat{W}_z | F, m_F \rangle &= \mu_B g_J H \langle F', m'_F | \widehat{F}_z - \widehat{I}_z | F, m_F \rangle = \\ &= \mu_B g_J H \left(m_F \delta_{FF'} \delta_{m_F m'_F} - \langle F', m'_F | \widehat{I}_z | F, m_F \rangle \right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

По теореме Вигнера-Эккарта

$$\langle F', m'_F | \widehat{I}_z | F, m_F \rangle = (-1)^{F'-m'_F} \langle F' || I || F \rangle \begin{pmatrix} F' & 1 & F \\ -m'_F & 0 & m_F \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

где $\langle F' || I || F \rangle$ — приведенный матричный элемент. Так как оператор спина ядра коммутирует с моментом электронной оболочки, то [19]

$$\begin{aligned} \langle F' || I || F \rangle &= (-1)^{J+1-I-F} \langle I || I || I \rangle \sqrt{(2F+1)(2F'+1)} W(IF'IF; J1) = \\ &= (-1)^{J+1-I-F} \sqrt{I(I+1)(2I+1)(2F+1)(2F'+1)} W(IF'IF; J1), \end{aligned} \quad (2.19)$$

где $W(J_1 J_2 J_3 J_4; J_5 J_6)$ — W-символ Рака. Подставляя в исходный матричный элемент, получим

$$\begin{aligned} \langle F', m'_F | \widehat{W}_z | F, m_F \rangle &= \mu_B g_J H \left[m_F \delta_{FF'} \delta_{m_F m'_F} - \right. \\ &\quad \left. - (-1)^{F'-m'_F+J+1-I-F} \sqrt{I(I+1)(2I+1)(2F+1)(2F'+1)} \times \right. \\ &\quad \left. \times W(IF'IF; J1) \begin{pmatrix} F' & 1 & F \\ -m'_F & 0 & m_F \end{pmatrix} \right]. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Из определения 3j-символов следует, что этот матричный элемент не равен нулю, только если $m_F = m'_F$. Отсюда следует, что детерминант из уравнения (2.16) может быть представлен как детерминант блочно-диагональной матрицы, в которой каждый блок отвечает за отдельную проекцию момента, а внутри блока содержатся матричные элементы по состояниям с разным F , но одинаковым m_F . Уравнение (2.16) тогда решается приравниванием нулю каждого из полученных блочных детерминантов. Поскольку у основного состояния иона $^{25}\text{Mg}^+$ всего два значения F : 2 и 3, то каждое из таких блочных уравнений будет максимум квадратным, давая возможность решить задачу о расщеплении в магнитном поле точно (насколько это позволяет теория возмущений). Вычисляя для каждого значения m_F величину (2.20), подставляя в секулярное уравнение и решая его, получим в итоге следующие сдвиги энергии:

$$m_F = 3 : \quad \Delta E = \frac{5}{4} A + \mu_B H; \quad (2.21)$$

$$m_F = 2 : \quad \Delta E = -\frac{A}{4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{9A^2 + 8A(\mu_B H) + 4(\mu_B H)^2}; \quad (2.22)$$

$$m_F = 1 : \quad \Delta E = -\frac{A}{4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{9A^2 + 4A(\mu_B H) + 4(\mu_B H)^2}; \quad (2.23)$$

$$m_F = 0 : \quad \Delta E = -\frac{A}{4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{9A^2 + 4(\mu_B H)^2}; \quad (2.24)$$

$$m_F = -1 : \quad \Delta E = -\frac{A}{4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{9A^2 - 4A(\mu_B H) + 4(\mu_B H)^2}; \quad (2.25)$$

$$m_F = -2 : \quad \Delta E = -\frac{A}{4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{9A^2 - 8A(\mu_B H) + 4(\mu_B H)^2}; \quad (2.26)$$

$$m_F = -3 : \quad \Delta E = \frac{5}{4} A - \mu_B H. \quad (2.27)$$

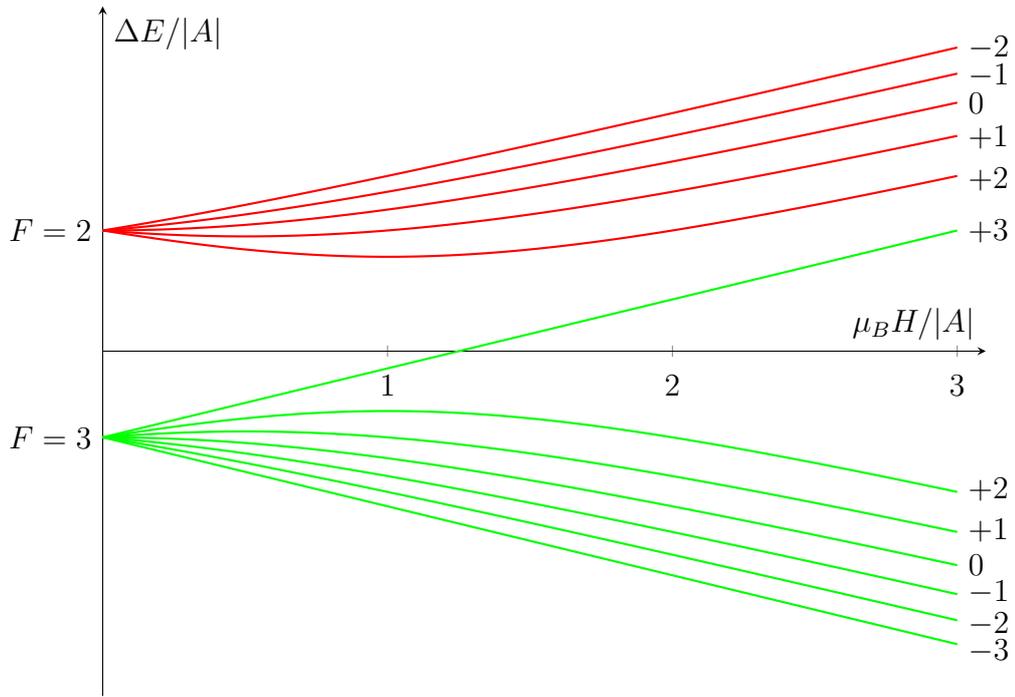


Рис. 2.4. Расщепление магнитных подуровней основного состояния иона $^{25}\text{Mg}^+$

Графики этих функций представлены на рис. 2.4. Для нахождения пар уровней, разность энергий между которыми может достичь экстремума при некотором поле, необходимо построить графики производных функций (2.21)–(2.27) и определить точки, в которых кривые пересекаются. Этот график представлен на рис. 2.5. Нас интересуют переходы с $\Delta m_F = 0, \pm 1$, поэтому на этом графике отмечены только те точки, которые отвечают данному условию. Видно, что возможны 5 полей и соответственно 7 пар уровней, для которых выполняется условие экстремума. Эти поля равны

$$|m_F = 2\rangle \leftrightarrow |m_F = 2\rangle : \mu_B H = |A|; \quad (2.28)$$

$$|m_F = 1\rangle \leftrightarrow |m_F = 2\rangle : \mu_B H = 0.78 |A|; \quad (2.29)$$

$$|m_F = 1\rangle \leftrightarrow |m_F = 1\rangle : \mu_B H = 0.50 |A|; \quad (2.30)$$

$$|m_F = 0\rangle \leftrightarrow |m_F = 1\rangle : \mu_B H = 0.26 |A|; \quad (2.31)$$

$$|m_F = 0\rangle \leftrightarrow |m_F = 0\rangle : \mu_B H = 0. \quad (2.32)$$

Частота перехода с точностью до членов второго порядка равна

$$f = f_0 + f_1(H - H_0) + f_2(H - H_0)^2. \quad (2.33)$$

При оптимальном поле чувствительность к флуктуациям будет определяться коэффициен-

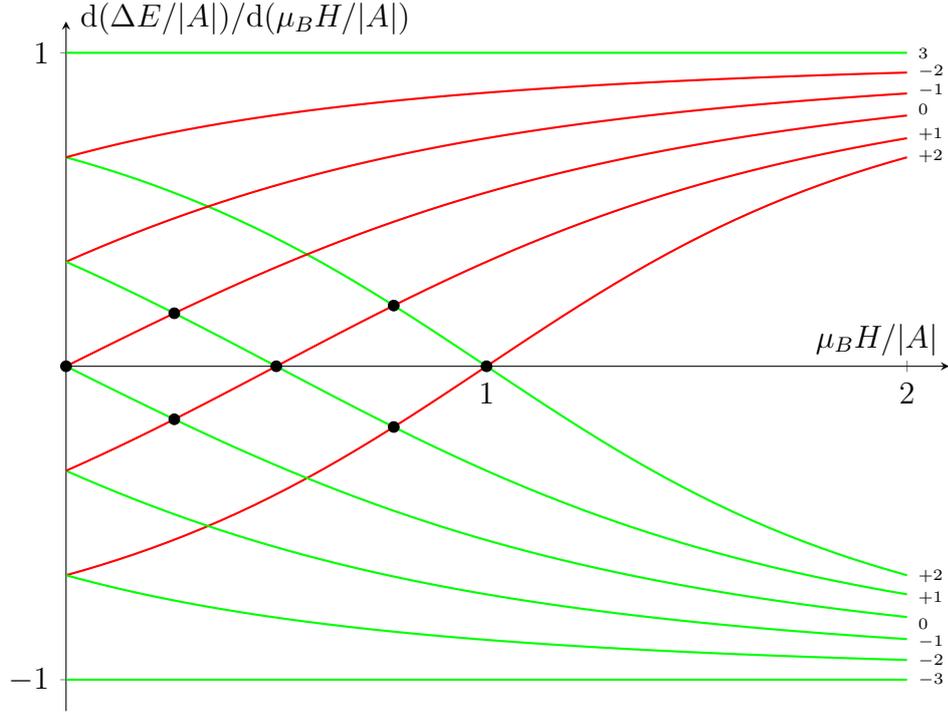


Рис. 2.5. Производные энергетического сдвига по магнитному полю

том f_2 , который зависит от второй производной $d^2(\Delta E)/dH^2$:

$$|m_F = 2\rangle \leftrightarrow |m_F = 2\rangle : f_2 = 0.89 \frac{\mu_B^2}{|A|} = 2.9 \text{ кГц/Гс}^2; \quad (2.34)$$

$$|m_F = 1\rangle \leftrightarrow |m_F = 2\rangle : f_2 = 0.75 \frac{\mu_B^2}{|A|} = 2.5 \text{ кГц/Гс}^2; \quad (2.35)$$

$$|m_F = 1\rangle \leftrightarrow |m_F = 1\rangle : f_2 = 0.71 \frac{\mu_B^2}{|A|} = 2.3 \text{ кГц/Гс}^2; \quad (2.36)$$

$$|m_F = 0\rangle \leftrightarrow |m_F = 1\rangle : f_2 = 0.66 \frac{\mu_B^2}{|A|} = 2.18 \text{ кГц/Гс}^2; \quad (2.37)$$

$$|m_F = 0\rangle \leftrightarrow |m_F = 0\rangle : f_2 = 0.67 \frac{\mu_B^2}{|A|} = 2.21 \text{ кГц/Гс}^2. \quad (2.38)$$

Таким образом, с точки зрения минимизации чувствительности к магнитному полю оптимальным является кубит на подуровнях $|m_F = 0\rangle, |m_F = 1\rangle$. Во-первых, у его частоты минимальная квадратичная чувствительность к магнитному полю из всех возможных переходов. Во-вторых, для оптимизации необходимо наименьшее (не равное нулю) магнитное поле, равное $H_0 = 111$ Гс, которое достаточно несложно создать в лабораторных условиях.

В выбранном же в данной работе кубите на уровнях $|m_F = 3\rangle, |m_F = 2\rangle$ чувствительность линейная и определяется коэффициентом f_1 . Для нашей установки минимальная чувствительность достигается при максимально возможном поле $H \sim 18$ Гс и равна

$$f_1 = 1.65 \mu_B = 2.3 \text{ МГц/Гс}. \quad (2.39)$$

Эксперименты и численные расчеты

3.1. Экспериментальная установка

3.1.1. Лазерная система

В качестве источника основного лазерного излучения используется полупроводниковый лазер TopTica TA Pro с длиной волны 1120 нм и выходной мощностью около 840 мВт. Для получения излучения на длине волны 280 нм применяются последовательно два генератора второй гармоники, созданные на основе термостабилизированных кристаллов LBO (1120 → 560 нм) и ВВО (560 → 280 нм), помещенных в кольцевые резонаторы типа Bowtie [27] (рис. 3.1). Стабилизация оптической длины резонаторов производится по методу Хэнша–Куйо [28] при помощи размещения одного из зеркал на пьезоэлектрическом актюаторе. Частота самого лазера настраивается при помощи измерителя длин волн Angstrom WS-U, стабилизация частоты осуществляется по встроенному в измеритель PID-контроллеру.

Оптическая схема по получению излучений требуемых частот и поляризаций изображена на рис. 3.2. Исходный пучок поляризационным делителем разделяется на два, частота каждого из которых затем отстраивается на определенную величину при помощи двух двухпроходных акусто-оптических модуляторов (АОМов), рабочая частота которых составляет 450 МГц, причем частота одного пучка увеличивается, а другого уменьшается. Таким образом получается разность частот, приблизительно равная величине сверхтонкого расщепления



Рис. 3.1. Фотография генератора второй гармоники

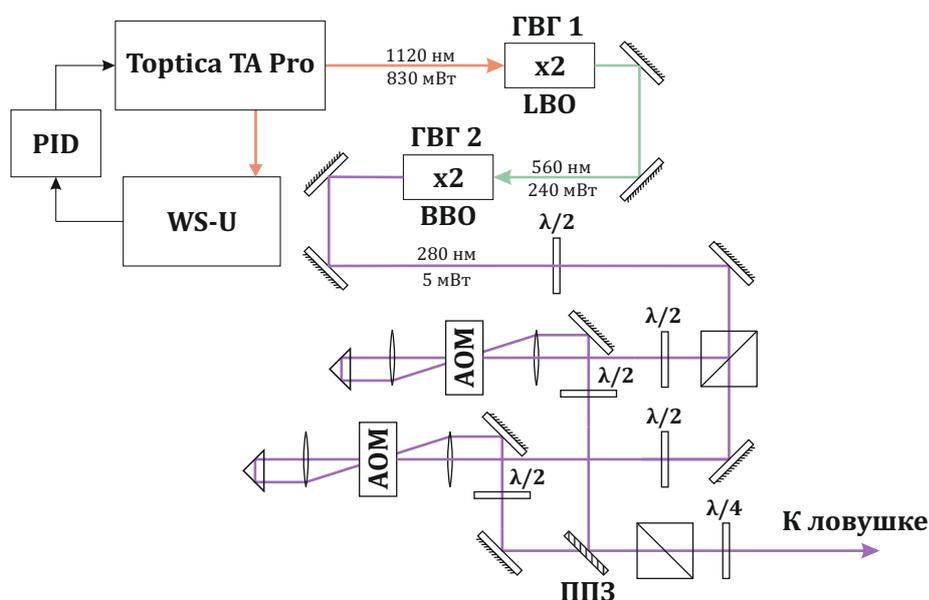


Рис. 3.2. Оптическая схема для охлаждения и подготовки состояния

1.8 ГГц иона $^{25}\text{Mg}^+$. Далее эти пучки совмещаются на полупрозрачном зеркале и проходят через дополнительный поляризационный делитель для улучшения поляризации и пластинку $\lambda/4$, давая требуемую круговую поляризацию.

3.1.2. Вакуумная камера и ловушка Пауля

Линейная квадрупольная ловушка Пауля, использовавшаяся в настоящей работе, состоит из четырех цилиндрических электродов радиуса $r = 1$ мм. Расстояние между ближайшими точками двух противоположных по диагонали электродов равно $2r_0 = 2.95$ мм (рис. 3.3). Одна пара диагональных электродов заземлена, на другую подается радиочастотный потенциал с частотой $\omega = 2\pi \times 18.3$ МГц. Амплитуда переменного поля на электродах в рабочем режиме должна быть порядка 100 вольт. Для создания такой амплитуды используется резонансный трансформатор, представляющий собой две обмотки с изменяемой взаимной индуктивностью, с целью согласования импеданса источника с емкостной нагрузкой электродов. Плавное изменение амплитуды обеспечивает аттенюатор с варьируемым ослаблением, питающийся от источника постоянного напряжения.

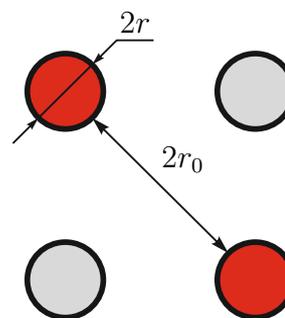


Рис. 3.3. Электроды ловушки Пауля

Аксиальное удержание в ловушке обеспечивается четырьмя кольцевыми электродами, делящими длину ловушки на три сегмента. В данной работе будет использоваться централь-

ный сегмент, причем первичная загрузка ионов производится при заземленных центральных электродах и потенциале 1400 В на крайних, затем на центральные электроды подается потенциал 800 В для перемещения загруженных ионов в центр ловушки.

Излучение ионов собирается высокоапертурным объективом (рис. 3.4, *a*, задний план и рис. 3.4, *б*) и направляется на матрицу EMCCD-камеры для съемки фотографий ионных кристаллов либо на фотоэлектронный умножитель (ФЭУ) для снятия сигнала люминесценции. Переключение между этими режимами осуществляется посредством переключения соответствующего рычажка, вводящий в пучок или выводящий из него дополнительное зеркало (рис. 3.4, *б*).

Для компенсации сторонних полей, приводящих к смещению положения равновесия иона в радиальном направлении и, как следствие, к нагреву за счет микродвижения, в камере предусмотрены еще четыре электрода (рис. 3.4, *a*), расположенные за основными радиочастотными. Напряжение на них может меняться от -400 до $+400$ вольт.

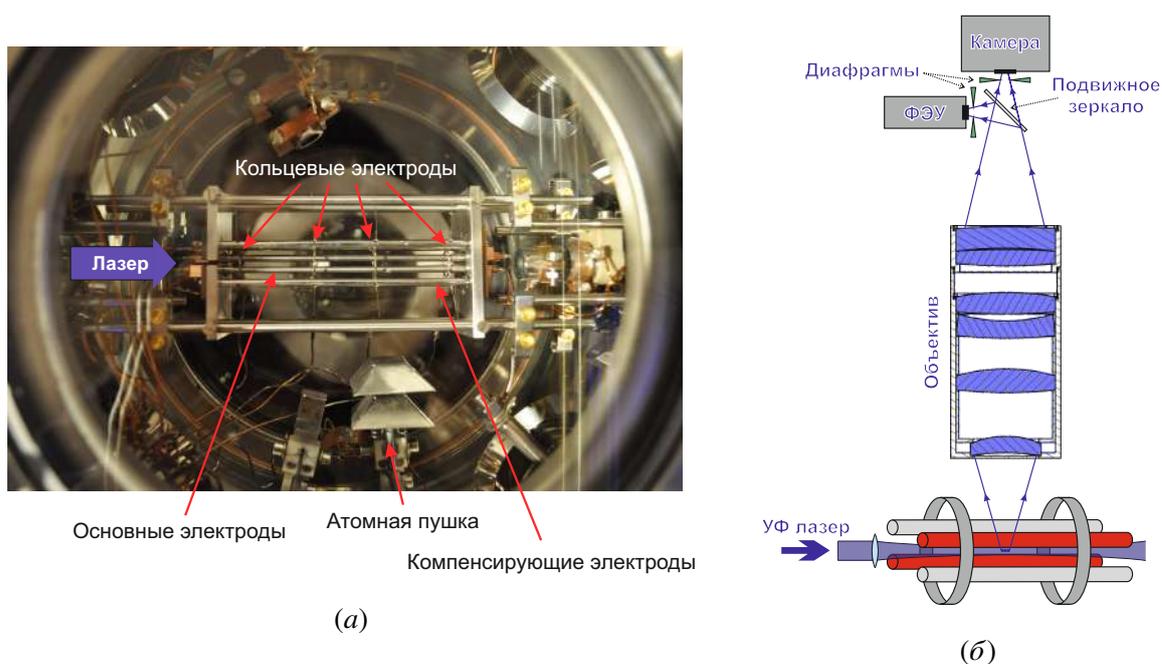


Рис. 3.4. (*a*) — фотография центральной части вакуумной камеры с ионной ловушкой; (*б*) — схема системы регистрации сигнала люминесценции

3.1.3. Радиочастотная антенна, источники магнитных полей

Для задания оси квантования установлены две катушки по типу колец Гельмгольца, создающие поле в центре ловушки, направленное вдоль ее оси и пропорциональное протекающему по ним току с коэффициентом $\kappa = 6$ Гс/А.

Компенсация радиальной компоненты внешнего магнитного поля, направленной в данной установке преимущественно вертикально вниз, осуществляется двумя дополнительными катушками, создающие в центре ловушки поле ~ 2 Гс, направленное противоположно внешнему.

Для возбуждения кубитного перехода в качестве антенны используется один из крайних кольцевых электродов, который после загрузки ионов в центральную часть камеры отключается от высоковольтного источника, и на который затем подается переменный потенциал с частотой, близкой к частоте перехода 1.789 ГГц.

В связи с невозможностью поднесения электрода ближе к ионам частота Раби окажется сравнительно малой, а значит, время однокубитной операции будет заметно выше, чем в ловушках с радиочастотной антенной, расположенной близко к ионам.

3.1.4. Метод псевдофотоионизации

Ионизация атомов магния, попадающих в область захвата, производится методом так называемой псевдофотоионизации [29], который заключается в следующем. Электроды покрываются слоем материала с низкой работой выхода и освещаются светом от светодиода, собранным при помощи линзы в пятно в области пересечения оси ловушки и траектории нейтральных атомов, вызывая фотоэффект на самих электродах (рис. 3.5). Далее, электроны, эмитированные с поверхности электрода, ускоряются электрическим полем до энергий порядка нескольких сотен электрон-вольт (зависит от амплитуды радиочастотного поля) и ионизируют атомы магния посредством электронного удара. Данный метод обладает рядом преимуществ по сравнению с методом, в котором для ионизации электронным ударом используется электронная пушка. Во-первых, стоимость светодиода намного меньше стоимости

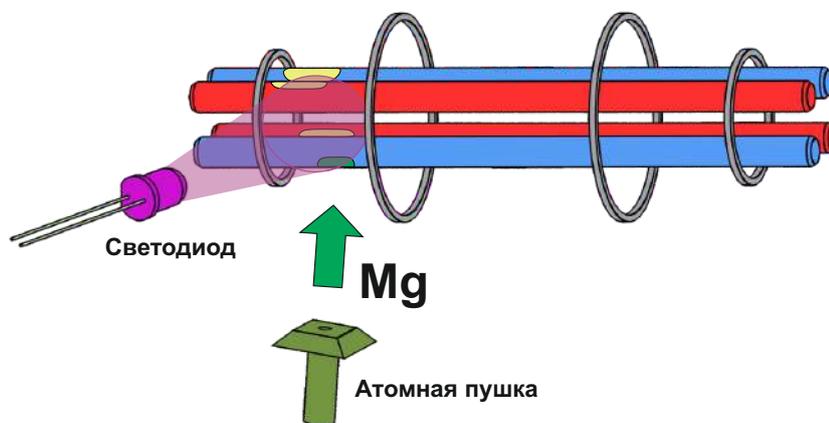


Рис. 3.5. Схема загрузки ловушки методом псевдофотоионизации

электронной пушки, а также использование светодиодов не сопряжено с трудностями установки в вакуумную камеру и дальнейшего использования, в отличие от пушки. Во-вторых, такая система не обладает инерционностью: процесс ионизации можно прекратить, просто перекрыв свет от светодиода, в случае же с пушкой присутствует задержка, связанная с долгим остыванием катода. Наконец, в-третьих, катод электронной пушки, разогретый до высокой температуры, может испускать также и нейтральные атомы, которые увеличивают давление в камере, что является нежелательным и что отсутствует в методе псевдофотоионизации.

3.2. Эксперимент по охлаждению $^{25}\text{Mg}^+$

Охлаждение ионов $^{25}\text{Mg}^+$ проводилось в несколько этапов. Сначала в ловушку загружалось облако ионов $^{24}\text{Mg}^+$. Это обусловлено тем, что ионы $^{24}\text{Mg}^+$ наиболее распространены в натуральном составе, а охлаждать их гораздо легче из-за отсутствия сверхтонкого расщепления — необходимо одновременно только один из двух пучков. Частота самого лазера отстраивалась таким образом, чтобы ионы оптимально охлаждались сначала одним, затем другим пучком, тем самым позволяя юстировать эти пучки отдельно. Далее проводилась компенсация сторонних полей, которая проходила следующим образом. При помощи варьируемого аттенюатора амплитуда радиочастотного поля на электродах понижалась, вызывая сначала образования ионного кристалла из облака, а затем и видимое на экране камеры смещение кристалла, обусловленное паразитными полями. Напряжение на компенсирующих электродах подбиралось таким, чтобы кристалл вернулся в первоначальное положение, затем амплитуда повышалась обратно, после чего напряжение опять варьировалось (по необходимости). По достижении удовлетворительного уровня компенсации ловушка разгружалась, включались обе пары катушек, а частота лазера перестраивалась на расчетную для ионов $^{25}\text{Mg}^+$. Только после этого загрузка ловушки возобновлялась уже с целью формирования кристалла из ионов $^{25}\text{Mg}^+$. Время загрузки в силу малости доли необходимого иона в общем потоке приходилось пропорционально увеличивать. Изображения полученных кристаллов представлены на рис. 3.6. Видно, что при понижении амплитуды радиочастотного поля кулоновское взаимодействие искажает кристалл и заставляет его принимать зигзагообразную форму (рис. 3.6, б), что, в частности, влечет за собой изменение частот собственных колебаний всей цепочки.

Время жизни иона на требуемом состоянии определялось двумя основными факторами, влияние которых можно было наблюдать визуально. Первый фактор — это наличие

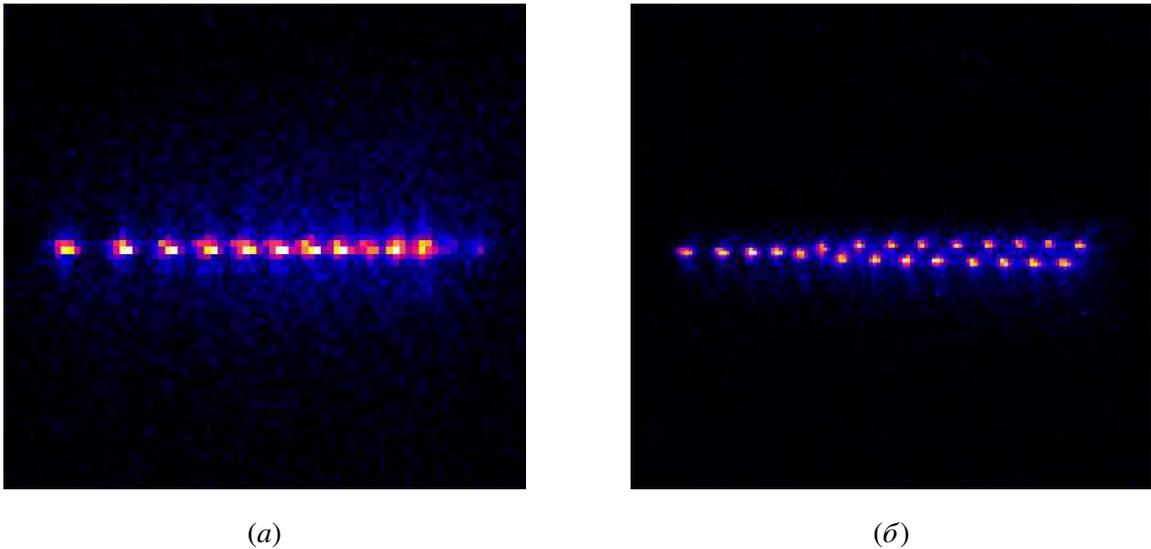


Рис. 3.6. Изображения кристаллов иона $^{25}\text{Mg}^+$. (а) — одномерный кристалл, (б) — кристалл, искаженный из-за низкой амплитуды радиочастотного поля

пучка перекачки. При перекрытии этого пучка свечение ионов продолжалось на протяжении еще нескольких секунд, затем они постепенно выходили из охлаждающего цикла и гасли. После открытия пучка перекачки становилось видным размытое облако ионов, которые вскоре опять кристаллизывались. Это показывает, что на масштабах нескольких секунд определяющим фактором для времени жизни является пучок перекачки.

Второй фактор — это взаимодействие с другими изотопами магния, в основном с изотопом $^{24}\text{Mg}^+$, который в большом количестве находится в ловушке. Наличие этого изотопа связано, прежде всего, с отсутствием изотопной селективности метода псевдофотоионизации, поскольку ионизация электронным ударом — нерезонансный процесс, и может проходить в достаточно широком диапазоне энергий электрона. Расчетная частота охлаждающего пучка для ионов $^{25}\text{Mg}^+$ оказывается отстроенной в синюю область от перехода в ионе $^{24}\text{Mg}^+$, а значит, как следует из раздела 1.2, эти ионы будут нагреваться данным излучением и симпатически нагревать ионы $^{25}\text{Mg}^+$, заставляя кристалл расформировываться или вообще покидать ловушку. Наблюдаемое время жизни ионных кристаллов в среднем составляет величину порядка 1 мин.

3.3. Численный расчет охлаждения и накачки $^{25}\text{Mg}^+$

Для расчета населенностей всех задействованных в охлаждении ионов $^{25}\text{Mg}^+$ уровней (и их подуровней) использовалась библиотека программного обеспечения QuTiP, написанная на языке программирования Python [30]. В функционал данной библиотеки входит аппарат

для численного решения уравнений динамики открытых квантовых систем, например, уравнения Линдблада:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}(t), \hat{\rho}] + \frac{1}{2} \sum_n \left([\hat{\mathcal{L}}_n \hat{\rho}, \hat{\mathcal{L}}_n^\dagger] + [\hat{\mathcal{L}}_n, \hat{\rho} \hat{\mathcal{L}}_n^\dagger] \right), \quad (3.1)$$

где $\hat{\rho}$ — матрица плотности системы, $\hat{H}(t)$ — гамильтониан, включающий внутренние уровни энергии и взаимодействие с внешним лазерным полем, а

$$\hat{\mathcal{L}}_n = \sqrt{\Gamma_n} |f_n\rangle \langle i_n| \quad (3.2)$$

представляет собой супероператор Линдблада, описывающий спонтанный распад из состояния $|i_n\rangle$ в состояние $|f_n\rangle$ с постоянной времени Γ_n . Эта постоянная должна быть вычислена для каждой пары подуровней, между которыми возможен спонтанный распад. Однако на практике известны лишь усредненные ширины переходов между нерасщепленными уровнями, как, например, переход ${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{3/2}$ с естественной шириной $\Gamma = 2\pi \cdot 41$ МГц в ионе ${}^{24}\text{Mg}^+$. Примем для иона ${}^{25}\text{Mg}^+$ такую же усредненную ширину линии между этими двумя (уже расщепленными) уровнями. Согласно [19], ширина перехода между сверхтонкими уровнями может быть найдена по формуле

$$\Gamma(nJIF; n'J'IF') = (2J+1)(2F'+1)W^2(JFJ'F'; I1)\Gamma(nJ; n'J'), \quad (3.3)$$

где n — другие квантовые числа, отличные от моментов электронной оболочки и ядра. Вероятности перехода для отдельных зеемановских подуровней выражаются через $3j$ -символы Вигнера:

$$\Gamma(nJIFm_F; n'J'IF'm'_F) = (2F+1)\Gamma(nJIF; n'J'IF') \begin{pmatrix} F & F' & 1 \\ -m_F & m'_F & m_F - m'_F \end{pmatrix}^2. \quad (3.4)$$

В гамильтониан $\hat{H}(t)$ входят операторы взаимодействия с полем лазерного пучка. В представлении взаимодействия этот гамильтониан целиком состоит из таких операторов, которые в приближении вращающейся волны имеют вид

$$\hat{H}_{mn} = \frac{\hbar\Omega_R}{2} (|m\rangle \langle n| e^{i(\phi-\Delta t)} + |n\rangle \langle m| e^{-i(\phi-\Delta t)}), \quad (3.5)$$

где ϕ — фаза лазера, Δ — отстройка от резонанса, Ω_R — резонансная частота Раби, которая выражается через интенсивность поля, ширину перехода и параметр насыщения как

$$\Omega_R = \Gamma \sqrt{S}, \quad (3.6)$$

где $S = I/I_s$ — параметр насыщения, который выражается через интенсивность света I и интенсивность насыщения I_s , последняя величина определяется равенством

$$I_s = \hbar c \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{k^3}{3}, \quad (3.7)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. Для расчета установившихся значений достаточно в уравнении (3.1) приравнять нулю правую часть. Тогда получим систему линейных алгебраических уравнений, решаемых численно. Диагональные элементы стационарной матрицы плотности будут равны искомым населенностям магнитных подуровней.

Эффективность накачки определенного подуровня можно оценивать по населенности этого подуровня ρ_{11} . Эффективность охлаждения будем определять по скорости спонтанных распадов в состояния, входящие в охлаждающий цикл. Как следует из (3.3), эта скорость пропорциональна величине

$$\rho_{a_2 a_2} + \left(2 \cdot \frac{3}{2} + 1\right) (2 \cdot 3 + 1) W^2 \left(\frac{3}{2}, 3, \frac{1}{2}, 3; \frac{5}{2}, 1\right) \rho_{a_1 a_1}, \quad (3.8)$$

где a_1, a_2 — вспомогательные уровни $|J = 3/2, F = 3\rangle$ и $|J = 3/2, F = 4\rangle$ соответственно, а

$$\rho_{a_i a_i} = \sum_{m_{F_i}} \rho_{(F_i, m_{F_i}), (F_i, m_{F_i})}. \quad (3.9)$$

В данной работе устанавливались зависимости стационарных эффективностей охлаждения и накачки от угла α между магнитным полем и осью пучка при идеально круговой поляризации на входе в систему, а также от угла β отклонения осей пластинки $\lambda/4$ от оптимального положения при параллельных пучке и поле. Графики, иллюстрирующие данные зависимости, представлены на рис. 3.7. Для расчета были взяты следующие параметры, измеренные непосредственно:

1. Охлаждающий пучок: мощность $P_{\text{cool}} = 700$ мкВт, радиус пучка в зоне захвата $a_{\text{cool}} = 50$ мкм;
2. Пучок перекачки: мощность $P_{\text{rep}} = 100$ мкВт, радиус пучка в зоне захвата $a_{\text{rep}} = 25$ мкм.

Видно, что эффективность охлаждения мало чувствительна к магнитному полю и к поляризации. Для охлаждения иона $^{25}\text{Mg}^+$ вполне достаточным оказывается полное отсутствие внешнего магнитного поля, а в худшей для поляризации ситуации эффективность составляет $\sim 80\%$ от максимальной. Таким образом, при мощностях пучков, используемых в настоящей работе, можно эффективно охлаждать ион $^{25}\text{Mg}^+$ и без точной подборки оптимальных

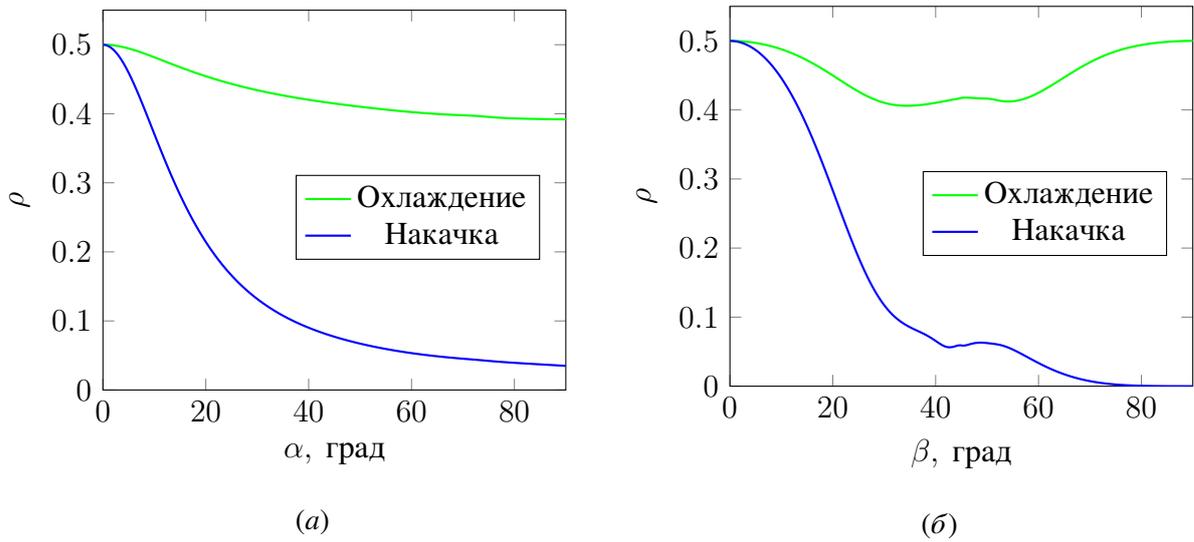


Рис. 3.7. Графики эффективностей охлаждения и накачки иона $^{25}\text{Mg}^+$. (а) — зависимость от угла между полем и лазерным пучком, (б) — зависимость от угла поворота пластинки $\lambda/4$

параметров магнитного поля и поляризации. Это верно при условии, когда остальные факторы, влияющие на эффективность (например, симпатический нагрев ионами $^{25}\text{Mg}^+$, который указывался ранее), подавлены.

Для накачки же существуют характерные углы, при которых эффективность теряется в 2 раза. Для обеих ситуаций эти углы примерно одинаковы и равны ~ 20 градусов. Следовательно, здесь оптимизация параметров уже требуется, но довольно большое значение характерных углов позволяет добиться достаточного уровня накачки и при грубой настройке.

Заключение

В данной работе был представлен кубит на основе ионов $^{25}\text{Mg}^+$. Описана схема охлаждения ионов, подготовки и считывания состояния кубита, а также схема реализации однокубитных операций. Аналитически вычислено расщепление уровней в магнитном поле, и показано, что оптимальным относительно флуктуаций магнитного поля является переход $|m_F = 0\rangle \leftrightarrow |m_F = 1\rangle$ с квадратичной чувствительностью 2.18 кГц/Гс^2 .

Помимо этого, представлены результаты по охлаждению и кристаллизации ионов $^{25}\text{Mg}^+$. Были сформулированы основные факторы, влияющие на эффективность охлаждения и накачки, а также на время жизни ионов $^{25}\text{Mg}^+$. Численный расчет процессов охлаждения и накачки показал, что эффективность охлаждения, в отличие от накачки, мало чувствительна к неточности выставления поляризации и направления магнитного поля.

В дальнейшие планы по развитию проекта входит, прежде всего, модернизация процесса загрузки ионов путем замены метода псевдофотоионизации на изотопно-селективный метод фотоионизации на длине волны 285 нм при помощи дополнительного полупроводникового лазера. Этот способ позволит улучшить стабильность ионных кристаллов и повысить их время жизни. После этого планируется начать эксперименты по поиску частоты перехода и наблюдению осцилляций Раби. В долгосрочной перспективе рассматривается обеспечение дополнительного аксиального удержания ионов в оптической решетке с последующим проведением двухкубитных операций.

Список литературы

1. Feynman R. Simulating physics with computers // *International Journal of Theoretical Physics*. — 1982. — 06. — Vol. 21.
2. Deutsch D. Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer // *Proceedings of the Royal Society of London Series A*. — 1985. — Jul. — Vol. 400, no. 1818. — P. 97–117.
3. Deutsch D., Jozsa R. Rapid solution of problems by quantum computation // *Proceedings of the Royal Society of London Series A*. — 1992. — Dec. — Vol. 439, no. 1907. — P. 553–558.
4. Shor P. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring // *Proceedings of 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*. — 1996. — 10.
5. Vandersypen L. M. K., Steffen M., Breyta G. et al. Experimental realization of Shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance // *Nature*. — 2001. — Dec. — Vol. 414, no. 6866. — P. 883–887.
6. Martín-López E., Laing A., Lawson T. et al. Experimental realization of Shor's quantum factoring algorithm using qubit recycling // *Nature Photonics*. — 2012. — Nov. — Vol. 6, no. 11. — P. 773–776.
7. Clarke J., Wilhelm F. Superconducting quantum bits // *Nature*. — 2008. — 07. — Vol. 453. — P. 1031–42.
8. Knill E., Laflamme R., Milburn G. A scheme for efficient quantum computation with linear optics // *Nature*. — 2001. — 02. — Vol. 409. — P. 46–52.
9. DiVincenzo D. P. The physical implementation of quantum computation // *Fortschritte der Physik*. — 2000. — Jan. — Vol. 48, no. 9-11. — P. 771–783.
10. Pino J., Dreiling J., Figgatt C. et al. Demonstration of the QCCD trapped-ion quantum computer architecture. — 2020. — 03.
11. Schindler P., Nigg D., Monz T. et al. A quantum information processor with trapped ions // *New Journal of Physics*. — 2013. — dec. — Vol. 15, no. 12.
12. García-Ripoll J. J., Zoller P., Cirac J. I. Speed optimized two-qubit gates with laser coherent control techniques for ion trap quantum computing // *Physical Review Letters*. — 2003. — Oct. — Vol. 91, no. 15.
13. Riehle F. Frequency standards: Basics and applications // *Frequency Standards: Basics and Applications*, by Fritz Riehle, pp. 540. ISBN 3-527-40230-6. Wiley-VCH, December 2004. — 2004. — 12. — P. 318.
14. Tamir T. Characteristic exponents of Mathieu functions // *Mathematics of Computation - Math*.

- Comput.* — 1962. — 01. — Vol. 16. — P. 103–105.
15. Leibfried D., Blatt R., Monroe C., Wineland D. Quantum dynamics of single trapped ions // *Reviews of Modern Physics*. — 2003. — 05. — Vol. 75.
 16. Loudon R. *The Quantum Theory of Light*. — 2000. — 01. — Vol. 42. — P. 72.
 17. Wineland D., Itano W. Laser cooling of atoms // *Physical Review A*. — 1979. — 10. — Vol. 20.
 18. Nielsen M., Chuang I. *Quantum Computation and Quantum Information*. — 2004. — 01. — Vol. 70.
 19. Соболевман И. Введение в теорию атомных спектров. — Москва : Физматгиз, 1963.
 20. Itano W., Wineland D. Precision measurement of the ground-state hyperfine constant of $^{25}\text{Mg}^+$ // *Phys. Rev. A*. — 1981. — 09. — Vol. 24.
 21. Sur C., Sahoo B., Chaudhuri R. et al. Comparative studies of the magnetic dipole and electric quadrupole hyperfine constants for the ground and low lying excited states of $^{25}\text{Mg}^+$ // *European Physical Journal D*. — 2005. — 01. — Vol. 32. — P. 25–31.
 22. Garstang R. Radiative hyperfine transitions // *The Astrophysical Journal*. — 1995. — 07. — Vol. 447. — P. 962.
 23. Batteiger V., Knüinz S., Herrmann M. et al. Precision spectroscopy of the 3s-3p fine structure doublet in Mg^+ // *Physical Review A*. — 2009. — 08.
 24. Скалли М., Зубайри М. Квантовая оптика. — Москва : Физматлит, 2003. — С. 126.
 25. Dicke R. The effects of collisions upon the doppler width of spectral lines // *Physical Review*. — 1952. — 12. — Vol. 89. — P. 472–473.
 26. Ospelkaus C., Warring U., Colombe Y. et al. Microwave quantum logic gates for trapped ions // *Nature*. — 2011. — 08. — Vol. 476. — P. 181–4.
 27. Shpakovsky T., Zalivako I., Semerikov I. et al. A compact second-harmonic generator for tasks of precision spectroscopy within the range of 240–600 nm // *Journal of Russian Laser Research*. — 2016. — 11. — Vol. 37.
 28. Hänsch T., Couillaud B. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity // *Optics Communications*. — 1980. — 12. — Vol. 35. — P. 441–444.
 29. Zalivako I., Borisenko A., Semerikov I. et al. Nonselective paul ion trap loading with a light-emitting diode // *Applied Physics Letters*. — 2019. — Vol. 115, no. 10. — P. 104102.
 30. Johansson J., Nation P., Nori F. QuTiP 2: A Python framework for the dynamics of open quantum systems // *Computer Physics Communications*. — 2013. — apr. — Vol. 184, no. 4. — P. 1234–1240.