

Исследование параметрических резонансов в вигнеровских
кристаллах ионов $^{24}\text{Mg}^+$

Выполнил: Студент 226гр. Борисенко А. С.

Научный руководитель: к.ф.-м.н., Хабарова К. Ю.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1 Динамика ионов в ловушке Пауля	8
1.1 Захват ионов радиочастотным полем	8
1.2 Движение захваченного иона	10
1.2.1 Гармонический удерживающий потенциал.....	11
1.2.2 Ангармонический удерживающий потенциал.....	14
ГЛАВА 2 Взаимодействие излучения с ионами	21
2.1 Захваченные ионы и лазерное излучение	21
2.1.1 Случай одиночного захваченного иона	21
2.1.2 Случай многоионного захваченного кристалла.....	25
2.2 Лазерное охлаждение	25
2.2.1 Доплеровское охлаждение	26
2.2.2 Охлаждение на боковых частотах	27
ГЛАВА 3 Экспериментальная установка	30
3.1 Линейная квадрупольная ловушка Пауля	30
3.2 Лазерная система доплеровского охлаждения	32
3.3 Детектирование флуоресценции ионов	33
ГЛАВА 4 Получение и исследование вигнеровских кристаллов ионов $^{24}\text{Mg}^+$	38
4.1 Лазерное охлаждение	38
4.1.1 Кристаллизация.....	38
4.1.2 Оценка температуры.....	39
4.2 Исследование секулярного спектра простых ионных кристаллов....	41
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	43
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	44

ВВЕДЕНИЕ

Всё своё существование человечество занималось измерением времени. Периодические астрономические явления заинтересовали людей более 5000 лет назад и подтолкнули к созданию внушающего сооружения Стоунхендж и старейшей звёздной карты — небесного диска из Небры. С помощью этих устройств люди могли прогнозировать жизненно важные события, такие как посадка и сбор урожая. По мере развития цивилизаций возникала потребность делить день на меньшие отрезки времени, например, для выполнения строительных работ. Решали эту задачу с помощью солнечных часов. Учитывая поправки на широту места наблюдения и сезонные изменения, удалось достичь ошибок часов в несколько минут в день. Дальнейшее развитие привело к изобретению песочных и водяных часов, после чего измерения можно было производить круглосуточно и независимо от сезона.

Маятниковые часы — первые часы, основанные на собственной резонансной частоте созданного человеком осциллятора. Идея создания принадлежит Галилею, который обнаружил зависимость периода колебаний маятника от его длины. Реализовал первые маятниковые часы Гюйгенс в 1658 году. Улучшение технологии уменьшило ошибку часов до < 10 с в день, что позволило обнаружить зависимость показаний солнечных часов от времени года.

С развитием мореплавания стали нужны более точные часы для расчёта долготы. В 1761 году морской хронометр Джона Харрисона на борту судна имел суточную ошибку меньше секунды, что позволило совершать трансатлантические путешествия.

В конце XIX века открытие пьезоэлектрического эффекта привело к революции в развитии часов. Сердце механизма — кварцевый кристалл, в котором возбуждаются колебания на его собственной частоте. Типичные кварцевые наручные часы генерируют на порядок более точный сигнал, чем хорошие механические часы. Лучшие из ранних кварцевых осцилляторов обладали точностью до 1 мс в день [1]. Такой точности достаточно, чтобы зафиксировать изменение частоты вращения Земли, вызванные таянием ледяных шапок или изменением внутренней структуры Земли [2].

Существенное преимущество кварцевых часов над механическими можно объяснить с помощью трёх основных метрологических характеристик:

- **Стабильность**

Количественно описывает флуктуации частоты выходного сигнала со временем. Поэтому часы, работающие на более высокой частоте, имеют преимущество за счёт большего усредняемого количества тактовых «тиков» при одинаковом времени измерений.

- **Точность**

Характеризует насколько хорошо частота выходного сигнала, усредненная за большой промежуток времени, соответствует номинальной частоте данного стан-

дарты. Для увеличения точности генератор тактовых импульсов должен обладать низкой чувствительностью к внешним возмущениям и быть хорошо изолирован от окружающей среды.

- Воспроизводимость

Практическое измерение времени должно быть доступно где угодно, в любое время и не зависеть от реализаций.

Ещё лучше этим условиям отвечают атомные системы. Идея создания атомных часов принадлежит Раби (1945 г.) [3]. Обычно в атомных часах используются узкие переходы микроволнового и оптического диапазона, что способствует достижению стабильности. Изолированность от окружающей среды обеспечивает точность, а факт, что одинаковые атомы имеют одинаковые свойства в любой точке вселенной, приводит к воспроизводимости.

Значительный успех в развитии цезиевых пучковых часов привёл к тому, что в 1967 году секунда была определена как «длительность 9 192 631 770 периодов излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния цезия-133» [4].

Одним из основных ограничивающих факторов в часах на ансамблях свободных атомов являются уширение и сдвиг за счет эффекта Доплера. Погрешности из-за этих эффектов удалось значительно сократить с появлением методов лазерного охлаждения [5]. Стало возможным уменьшение тепловых скоростей от сотен м/с до единиц см/с [6], что привело к реализации идеи Захариаса о фонтанных часах [7]. В настоящее время лучшие цезиевые фонтаны [8, 9] имеют неточность 10^{-16} и даже лучше. Согласно выражению для аллановской девиации дробового шума [10] фундаментальный предел нестабильности часов σ_y обратно пропорционален частоте атомного перехода ν_0 при фиксированной ширине $\Delta\nu$:

$$\sigma_y(\tau) \sim \frac{1}{\pi Q} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \left(\frac{1}{N}\right)^{1/2},$$

где $Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$ — добротность перехода, τ — чистое время измерения, T_c — полная продолжительность цикла измерения, N — число атомов. Исходя из этого, оптические часы являются логичным улучшением атомных часов микроволнового диапазона, но для их использования требуется механизм измерения оптических частот.

После изобретения фемтосекундного синтезатора оптических частот [11] стал возможен перенос частоты из оптического в радиочастотный диапазон и использование оптических часов. Фемтосекундный синтезатор оптических частот или «оптическая гребёнка» схожа с механическим «часовым механизмом» и позволяет преобразовывать быстрые оптические колебания в радиочастотный диапазон, где сигнал доступен для обработки обычной электроникой.

В настоящее время направлено много сил на разработку оптических стандартов частоты, которые, как ожидается, заменят текущий цезиевый микроволновый стандарт

в определении единицы времени в системе СИ. Наилучшие оптические стандарты частоты на основе одиночных захваченных ионов (Al^+ , Yb^+) [12] и нейтральных атомов в оптических решетках (Sr , Yb) [13] показали относительную неточность частоты на уровне 10^{-18} , тем самым превосходя систематические ошибки лучших цезиевых фонтанов. Тем не менее, нет единого мнения об оптимальном выборе атома или иона для переопределения секунды. Например, для оптических ионных часов исследуются несколько кандидатов: Hg^+ [14], Al^+ [15, 16], Yb^+ [17], In^+ [18], Sr^+ [19], Ca^+ [20], Lu^+ [21]. Также рассматривается возможность использования многозарядных ионов [22, 23].

Захват одиночных атомов или ионов в электромагнитных полях открыл возможность изучения частиц в заданных внешних условиях. В 1953 году Вольфганг Пауль изобрел радиочастотный масс-селективный фильтр [24]. Его экспериментальная установка после модификации [25] позволила удерживать ионы во всех трех измерениях. Такие ловушки нашли широкое применение во многих областях физики.

В 1980 году впервые был захвачен и лазерно охлаждён одиночный ион [26]. С тех пор ловушки Пауля играют важную роль не только в масс-спектрометрии, но и в атомной физике, поскольку позволяют захватывать, манипулировать и исследовать свойства одного или нескольких ионов [27]. Для задач прецизионной спектроскопии и стандартов частоты преимущество использования ионных ловушек заключается в изоляции частицы от окружающей среды, когда невозмущенные переходы приводят к высокой точности измерения. Небольшое количество опрашиваемых частиц компенсируется большим временем взаимодействия излучения с веществом. Кроме того, поскольку удерживающий потенциал вблизи центра ловушки близок к нулю, штарковский сдвиг частоты часового перехода мал. Зеemanовский сдвиг можно охарактеризовать воспроизводимым образом, минимизируя связанные с этим систематические эффекты. Также ионные ловушки обычно работают в условиях сверхвысокого вакуума, когда столкновения с фоновыми частицами редки. Возможность лазерного охлаждения [28] в ионной ловушке позволяет работать в режиме Лэмба-Дике [29], когда частица локализована на размерах меньше длины волны часового излучения и подавляется эффект Доплера первого порядка. Кроме того возможна эффективная подготовка квантового состояния иона оптической накачкой [30] и считывание состояния квантовыми скачками с эффективностью близкой к 100% [31]. Благодаря вышесказанному оптические стандарты частоты на одиночных ионах могут достигать относительной неточности 10^{-18} [32].

Для чего нужно знание частоты до 18-го знака? Частота является наиболее точно измеряемой напрямую физической величиной, что позволяет косвенно измерять с большей точностью другие фундаментальные базовые единицы (вольт, ампер, ом, метр и др.) [33]. Кроме того, часы играют важную роль в наземной навигации. Спутниковые навигационные системы, такие как GPS, ГЛОНАСС, европейская система GALILEO,

полагаются на точность атомных часов [34]. Следовательно эти системы в значительной степени выиграют от улучшения часов. Другим важным применением стандартов частоты является проверка фундаментальных теорий, таких как специальная и общая теория относительности. Эффекты задержки времени и гравитационное красное смещение наблюдаются путем сравнения часов, находящихся на разных высотах или движущихся с разными скоростями [35, 36]. Часы с нестабильностью 10^{-17} используют для геодезии и зондирования гравитационного потенциала Земли [37]. Другой важной задачей является обнаружение дрейфа фундаментальных констант [38–40]. Частоты атомных переходов зависят от различных параметров [41], таких как константа Ридберга, отношение масс электрона и протона, постоянная тонкой структуры α . Конечно зависимость специфична для конкретного атома, поэтому измерением частот многих атомных переходов можно разделить различные вклады. Наконец, существует менее специфическое применение часов для синхронизации: компьютерных сетей, электростанций, телескопов (для увеличения пространственного разрешения) и т. д.

Одно из бурно развивающихся направлений использования локализованных ионов: реализация квантовой логики и элементов квантовых вычислений. В этом случае квантовая информация записывается и сохраняется во внутреннем состоянии ионов, а логические операции осуществляются за счет связи ионов через колебательные степени свободы в потенциале ловушки [42]. При этом ионные кубиты полностью идентичны, демонстрируют рекордные значения времен когерентности до 10 минут [43] и малую ошибку операций: для однокубитной операции не более 4×10^{-5} [44], для двухкубитного гейта CNOT не более 10^{-3} [44]. Такие параметры выгодно отличают ионные кубиты от сверхпроводящих кубитов и кубитов на нейтральных атомах [45]. В настоящее время решается задача масштабирования [46] и перехода на ионные ловушки на чипах [47].

Методы, разработанные для осуществления элементов квантовой логики на одиночных ионах, нашли применение и в спектроскопии оптических стандартов частоты. Был разработан метод симпатического охлаждения, позволяющий достигать низких температур у ионов, не имеющих доступного охлаждающего перехода. В этом случае охлаждение осуществляется за счет кулоновского взаимодействия со вспомогательным спарринг-ионом, для которого возможно прямое лазерное охлаждение [48]. Помимо симпатического охлаждения основного иона, при помощи спарринг-иона возможно считывание его состояния методом квантовой логики [49]. Эти методы позволили значительно расширить набор ионов, которые могут быть охлаждены до основного колебательного состояния. Так, реализация метода квантовой логики для задач прецизионной спектроскопии при создании точных часов на основе иона $^{27}\text{Al}^+$ со вспомогательным ионом $^{25}\text{Mg}^+$ [12] легла в основу работы, за которую была присуждена Нобелевская премия по физике Д. Вайланду в 2012 г.

Следуя работам Д. Вайланда по созданию оптического стандарта частоты, нашей

группой на данный момент ведутся работы по лазерному охлаждению ионов $^{25}\text{Mg}^+$. Этот ион интересен и сам по себе как основа эффективных квантовых интерфейсов, т. к. имеет отличный от нуля спин ядра, приводящий к сверхтонкому расщеплению его уровней. Переход между сверхтонкими компонентами его основного состояния часто используется в качестве микроволнового кубита. К преимуществам данного иона при использовании в области квантовой логики стоит отнести простую схему уровней и доступность лазерных источников для работы с ним. Также, для работы с данным ионом можно обойтись всего одной лазерной системой [50]. В ряде лабораторий мира было продемонстрировано успешное лазерное охлаждение ионов магния как до доплеровского предела, так и до основного колебательного состояния [12, 50, 51]. В качестве подготовительного этапа наша группа проводит эксперименты по захвату и лазерному охлаждению ионов $^{24}\text{Mg}^+$ и $^{26}\text{Mg}^+$. Данные изотопы не имеют сверхтонкого расщепления, в результате чего они не могут быть использованы для квантовологических исследований, однако работать с ними значительно проще за счет более простой структуры уровней.

Лазерное охлаждение, детектирование ионных кристаллов и исследование колебательных степеней свободы простых ионных цепочек является важным этапом на пути реализации квантово-логических интерфейсов, а также для задач прецизионной спектроскопии методом квантовой логики в стандартах частоты. Результаты этой части проекта важны для дальнейших экспериментов по охлаждению ионов $^{25}\text{Mg}^+$ до основного колебательного состояния, а также для исследований по перепутыванию состояний нескольких ионов через их общие колебательные моды.

В первой главе данной работы представлено краткое описание принципов работы радиочастотных ловушек Пауля, а также характеристика движения захваченных ионов в них. Вторая глава посвящена теории взаимодействия захваченных частиц с лазерным излучением, включая лазерное охлаждение ионов. Во третьей главе описана экспериментальная установка для лазерного охлаждения ионов магния. В четвёртой главе приведены результаты экспериментов по лазерному охлаждению ионов $^{24}\text{Mg}^+$ и исследованию собственных частот простейших ионных кристаллов.

ГЛАВА 1

Динамика ионов в ловушке Пауля

Хорошо изолированные от внешних возмущений, пространственно-локализованные и глубоко охлажденные ионы являются отличными объектами исследований во многих задачах. Для локализации ионов можно использовать, например, так называемые ловушки Пауля [25]. С момента изобретения в 1953 году область их применения растёт: исследование столкновений частиц [52, 53], метрология [33, 54], квантовые симуляторы [55, 56] и т. д.

В этой главе дается краткое описание работы ловушек Пауля и характеристика движения захваченных ионов.

1.1 Захват ионов радиочастотным полем

С момента изобретения ловушек Пауля было предложено множество их конфигураций [57], однако принцип работы можно рассмотреть и на стандартной конструкции. На рисунке 1.1 показана схема такой ловушки, состоящей из четырёх цилиндрических электродов и двух кольцевых.

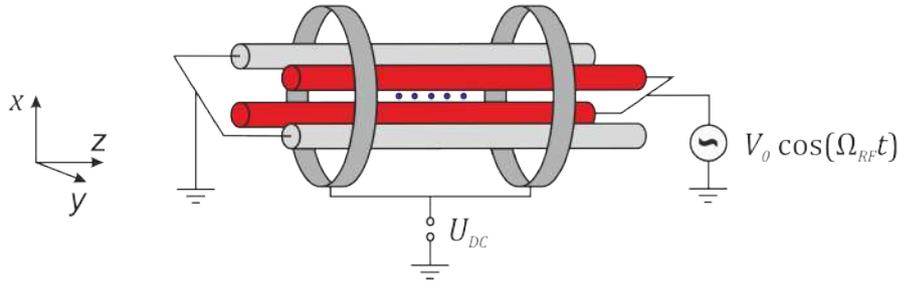


Рисунок 1.1 — Схематическое изображение линейной ионной ловушки с цилиндрическими и кольцевыми электродами.

Удерживающий ионы в ловушке потенциал представляет собой суперпозицию осциллирующего квадрупольного радиального потенциала по осям x , y и статического гармонического потенциала вдоль оси z . Радиальное удержание создаётся применением радиочастотного (РЧ) напряжения с амплитудой V_0 и частотой Ω_{RF} к двум противоположным цилиндрическим электродам и заземлением двух других. Образуется действующий на ион гармонический псевдопотенциал. Осевое удержание создаётся статическим напряжением U_{DC} на кольцевых электродах. Суммарный потенциал вблизи центра ловушки может быть выражен как [58]:

$$\Phi(x, y, z, t) = \underbrace{\frac{U_{DC}}{\tilde{r}^2}(\alpha_x x^2 + \alpha_y y^2 + \alpha_z z^2)}_{\text{статический потенциал}} - \underbrace{\frac{V_0}{\tilde{r}^2} \cos(\Omega_{RF} t)(\beta_x x^2 + \beta_y y^2 + \beta_z z^2)}_{\text{осциллирующий потенциал}}, \quad (1.1)$$

где \tilde{r} — минимальное расстояние от оси ловушки до поверхности цилиндрических электродов, α_k и β_k — константы ($k = x, y, z$).

Так как потенциал (уравнение 1.1) должен удовлетворять уравнению Лапласа $\Delta\Phi = 0$, то $\alpha_x + \alpha_y + \alpha_z = 0$ и $\beta_x + \beta_y + \beta_z = 0$. Для линейных квадрупольных ловушек Пауля:

$$\begin{aligned} -(\alpha_x + \alpha_y) &= \alpha_z > 0; \\ \beta_x &= -\beta_y; \\ \beta_z &= 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Движение заряженной захваченной в такую ловушку частицы с координатой u_k описывается уравнением:

$$\frac{d^2 u_k}{d\xi^2} + (a_k - 2q_k \cos(2\xi))u_k = 0, \quad (1.3)$$

где введены параметры:

$$a_k = \frac{4|e|U_{DC}\alpha_k}{m\Omega_{RF}^2\tilde{r}^2}, \quad q_k = \frac{2|e|V_0\beta_k}{m\Omega_{RF}^2\tilde{r}^2}, \quad \xi = \Omega_{RF}t/2. \quad (1.4)$$

В уравнении 1.4: m — масса захваченной частицы, $|e|$ — элементарный заряд. Уравнение 1.3 есть так называемое дифференциальное уравнение Матье, для которого существуют устойчивые и неустойчивые решения. Для линейной ловушки Пауля с стандартными параметрами $q_x = -q_y$, $q_z = 0$ и $|a_k| \ll 1$ диаграмма устойчивости показана на рисунке 1.2.

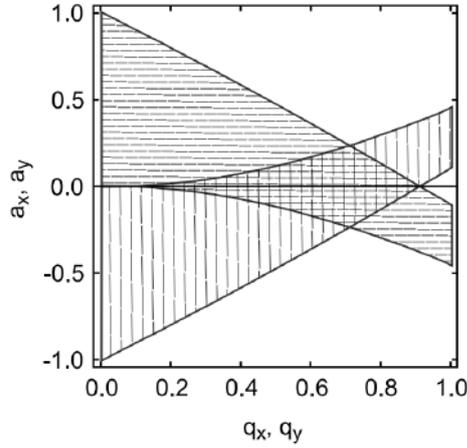


Рисунок 1.2 — Диаграмма устойчивости линейной ловушки Пауля. Области ограниченных решений вдоль оси x (горизонтальная штриховка) и оси y (вертикальная штриховка) имеют пересечение, в котором возможен захват частиц.

В первом приближении решение уравнения Матье (уравнение 1.3) в зоне устойчивости имеет вид:

$$u_k(t) \approx \underbrace{u_{1k} \cos(\omega_k t + \phi_k)}_{\text{секулярное движение}} \underbrace{\left(1 + \frac{q_k}{2} \cos(\Omega_{RF}t)\right)}_{\text{микродвижение}}, \quad (1.5)$$

где ϕ_k — фаза, u_{1k} — амплитуда колебаний, зависящие от начальных условий системы. В этом приближении секулярная частота ω_k равна:

$$\omega_k(t) \cong \frac{\Omega_{RF}}{2} \sqrt{a_k + \frac{q_k^2}{2}}. \quad (1.6)$$

Решение 1.5 представляет собой суперпозицию двух движений:

- Секулярное движение

Относительно медленное по отношению к частоте Ω_{RF} колебание гармоническом псевдопотенциале [58].

- Микродвижение

Радиочастотное колебание когерентное колебанию напряжения на электродах и сдвинутое по фазе на π относительно него.

Ионы важно локализовать в нуле радиочастотного поля, где амплитуда микродвижения минимальна. Микродвижение вызывает уширение линии перехода, снижает эффективность охлаждения и увеличивает доплеровский сдвиг второго порядка [59]. Это также может приводить к нагреву иона при перекачке энергии радиочастотного поля в секулярное колебание [60]. Для компенсации микродвижения прикладывают дополнительное постоянное напряжение, которое подавляет паразитное статическое электрическое поля, вызывающее смещение захваченной частицы из положения с минимальной амплитудой микродвижения [61].

В линейной ловушке Пауля, например, как на рисунке 1.1, нет радиочастотного потенциала вдоль оси z ($q_z = 0$). Это приводит к отсутствию микродвижения вдоль оси ловушки, что является преимуществом над трёхмерными ловушками Пауля [59]. Однако в сегментированных линейных ионных ловушках неидеальное изготовление электродов при миниатюризации часто приводит к дополнительному нежелательному микродвижению вдоль оси ловушки.

Аксиальное удержание частиц в линейной ловушке возникает из-за приложенного постоянного потенциала. Уравнение движения в этом направлении можно вывести из уравнения 1.3 и представляет собой уравнение гармонических колебаний. Так же можно наблюдать ослабление радиального удержания при увеличении U_{DC} , так называемый эффект дефокусировки [62]. Как видно из уравнения 1.6, дефокусировка приводит к уменьшению секулярной частоты.

1.2 Движение захваченного иона

Для одиночного иона, захваченного в ловушку Пауля, уравнение 1.5 описывает движение во всех трех пространственных измерениях с соответствующими частотами, приведенными в уравнении 1.6. Однако при большем количестве захваченных ионов, необходимо учитывать кулоновское взаимодействие между ними. Это взаимодействие приводит к трем дополнительным частотам на каждый добавленный ион.

В линейных ловушках Пауля удержание иона около центра ловушки хорошо описывается гармоническим приближением, а ангармоничность рассматриваются как возмущение [63]. Простейший случай гармонического потенциала рассмотрен в первой части 1.2.1 для иллюстрации численного метода определения положений ионов и их частот.

Ангармонические слагаемые в некоторых случаях позволяют эффективнее удерживать большее количество ионов [64]. Кроме того, из-за неидеальности изготовления и позиционирования электродов ловушки ангармонические слагаемые могут присутствовать как паразитные и требуют компенсации. Первым и самым простым ангармоничным добавочным членом является биквадратичный. В разделе 1.2.2 рассматривается биквадратичный удерживающий потенциал, и приведены результаты расчёта положения ионов и частот их движения.

1.2.1 Гармонический удерживающий потенциал

Захваченные ионы выстраиваются в цепочку при радиальных частотах $\omega_{x,y}$ значительно превосходящих аксиальную частоту ω_z . Это происходит, когда секулярные частоты удовлетворяют неравенству [65]:

$$\frac{\omega_{x,y}}{\omega_z} > 0.77 \frac{N}{\sqrt{\log N}}. \quad (1.7)$$

Это приближённая аналитическая формула, дающая результат в пределах 10% для $3 < N < 2000$. Из 1.7 видно, что минимальное отношение между $\omega_{x,y}/\omega_z$, при котором ионы выстраиваются в одномерную цепочку, зависит от количества ионов N .

Цепочка из N захваченных в гармонический потенциал ионов имеет потенциальную энергию:

$$U(x, y, z, t) = \underbrace{\frac{m}{2} \sum_{i=1}^N (\omega_x^2 x_i^2(t) + \omega_y^2 y_i^2(t) + \omega_z^2 z_i^2(t))}_{\text{гармонический потенциал}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{1}{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)|}}_{\text{кулоновский потенциал}}, \quad (1.8)$$

где m — масса иона, ω_k — секулярная частота ($k = x, y, z$), e — элементарный заряд, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ — радиус-вектор i -го иона. Полная потенциальная энергия в выражении 1.8 состоит из эффективного гармонического (квадратичного) удерживающего потенциала ловушки и кулоновского взаимодействия между каждой парой захваченных ионов.

Если связанная с кулоновским отталкиванием энергия больше кинетической энергии ионов, их положение можно аппроксимировать как [66]:

$$\mathbf{r}_i(t) \approx \mathbf{r}_i^0 + \mathbf{q}_i(t), \quad (1.9)$$

разделив постоянное слагаемое в равновесии r_i^0 и зависящий от времени член $q_i(t)$. Если неравенство 1.7 выполнено, образуется линейный кристалл вдоль оси z с равновесным положением i -го иона: $\{0, 0, z_i^0\}$. Линейная форма кристалла упрощает вычисление, развязывая потенциал в пространственных направлениях. Положение равновесия ионов z_i^0 можно найти, приравняв производную от потенциала к нулю:

$$\left[\frac{\partial U}{\partial z_i} \right]_{z_i=z_i^0} = 0. \quad (1.10)$$

Уравнение 1.10 представляет собой N связанных алгебраических уравнений [66]. Анализ этих уравнений можно значительно упростить, введя единицу длины l и безразмерное положение i -го иона u_i :

$$u_i = \frac{z_i}{l}, \quad l = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m \omega_z^2} \right)^{1/3}. \quad (1.11)$$

Использование новых переменных позволяет получить аналитические решения для ионного кристалла с $N \leq 3$, для большего числа ионов необходим численный анализ.

В рамках работы был произведён численный анализ для нахождения положений равновесия вплоть до двадцати ионов $^{24}\text{Mg}^+$, ограниченных гармоническим потенциалом с аксиальной частотой колебаний одиночного иона в нём $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц. Результаты представлены на рисунке 1.3. Значение аксиальной частоты выбрано из экспериментальных данных, описанных в последней главе для одиночного захваченного иона. Из рассчитанных положений равновесия ионов на рисунке 1.3 видно, что при большом количестве частиц в гармоническом потенциале, внутренние ионы расположены ближе друг к другу, чем внешние. Для индивидуальной адресации ионов важно знать минимальное расстояние между ними, которое зависит от полного числа ионов в цепочке [65]:

$$z_{\min}(N) = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m \omega_z^2} \right)^{1/3} \frac{2}{N^{0.57}}. \quad (1.12)$$

После того как рассчитаны равновесные положения ионов r_i^0 , зависящие от времени члены $q_i(t)$ могут быть найдены с помощью формализма Лагранжа $L = T - U$, где T — кинетическая энергия системы, U — потенциальная энергия. Для рассматриваемой системы из N ионов в гармоническом потенциале лагранжиан можно выразить как [66]:

$$L = \frac{m}{2} \sum_{k=x,y,z} \left(\sum_{i=1}^N (\dot{q}_{k|i})^2 - \omega_z^2 \sum_{j,i=1}^N A_{j,i}^k q_{k|i} q_{k|j} \right), \quad (1.13)$$

с так называемой матрицей Гессе $A_{j,i}^k = \frac{\partial^2 U}{\partial k_i \partial k_j}$ ($k = x, y, z$). $q_{k|j}$ — смещение j -го иона из его положения равновесия в направлении k .

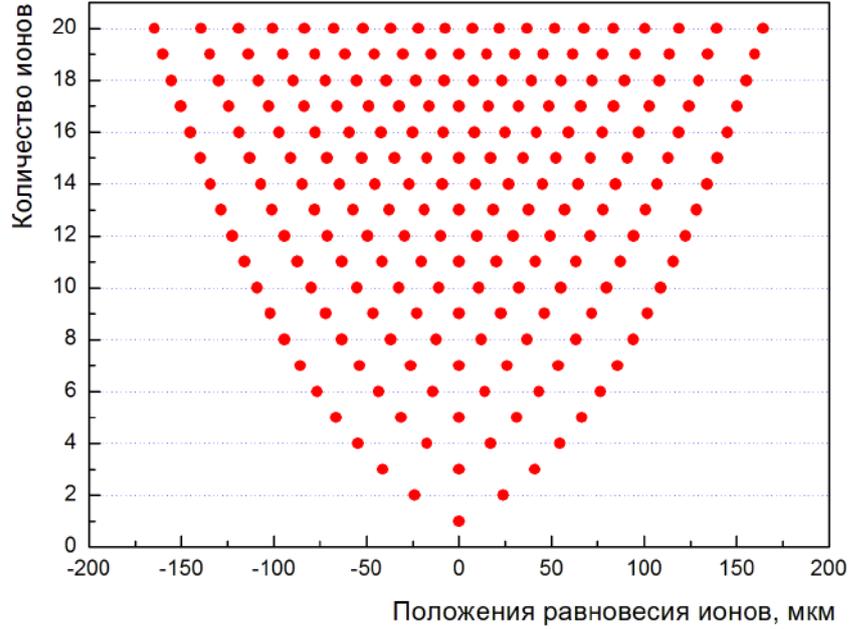


Рисунок 1.3 — Смоделированные положения равновесия ионов $^{24}\text{Mg}^+$ вплоть до двадцати штук, захваченных в гармонический потенциал с аксиальной частотой $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц. Неравномерное пространственное распределение становится заметным для большего числа ионов: межионное расстояние увеличивается к краям кристалла.

Вдоль оси ловушки (направление z) матрица Гессе имеет вид [66]:

$$A_{j,i}^z = \begin{cases} 1 + 2 \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^N \frac{l^3}{|z_i - z_p|^3}, & \text{если } j = i; \\ \frac{-2l^3}{|z_i - z_j|^3}, & \text{если } j \neq i. \end{cases} \quad (1.14)$$

Через выражение 1.14 можно выразить матрицу Гессе в направлении x и y [66]:

$$A_{j,i}^{x,y} = \left(\left(\frac{\omega_{x,y}}{\omega_z} \right)^2 + \frac{1}{2} \right) \delta_{i,j} - \frac{1}{2} A_{j,i}^z, \quad (1.15)$$

где $\delta_{i,j}$ — символ Кронекера. N собственных векторов для осевого направления можно получить диагонализуя матрицу 1.14. Аналогично $2 \times N$ собственных векторов в радиальных направлениях получаются диагонализацией матрицы 1.15.

Было произведено численное моделирование для нахождения аксиальных и радиальных частот колебаний ионов $^{24}\text{Mg}^+$, захваченных в потенциал с частотами для центра масс (ЦМ): $\omega_{x,y} = 2\pi \times 800$ кГц, $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц (рисунок 1.4). Частоты ловушки выбраны из экспериментальных данных, представленных в последней главе: аксиальная частота центра масс ω_z подбирается для получения определённого межионного расстояния (уравнение 1.11) путем приложения соответствующего постоянного напряжения U_{DC} ; радиальные частоты ЦМ $\omega_{x,y}$ подбираются для получения линейного кристалла (неравенство 1.7) путем изменения амплитуды РЧ-поля. Аксиальная частота центра масс устанавливает нижнюю границу диапазона частот и не изменяется с увеличением количества ионов. Высшие аксиальные моды появляются на более

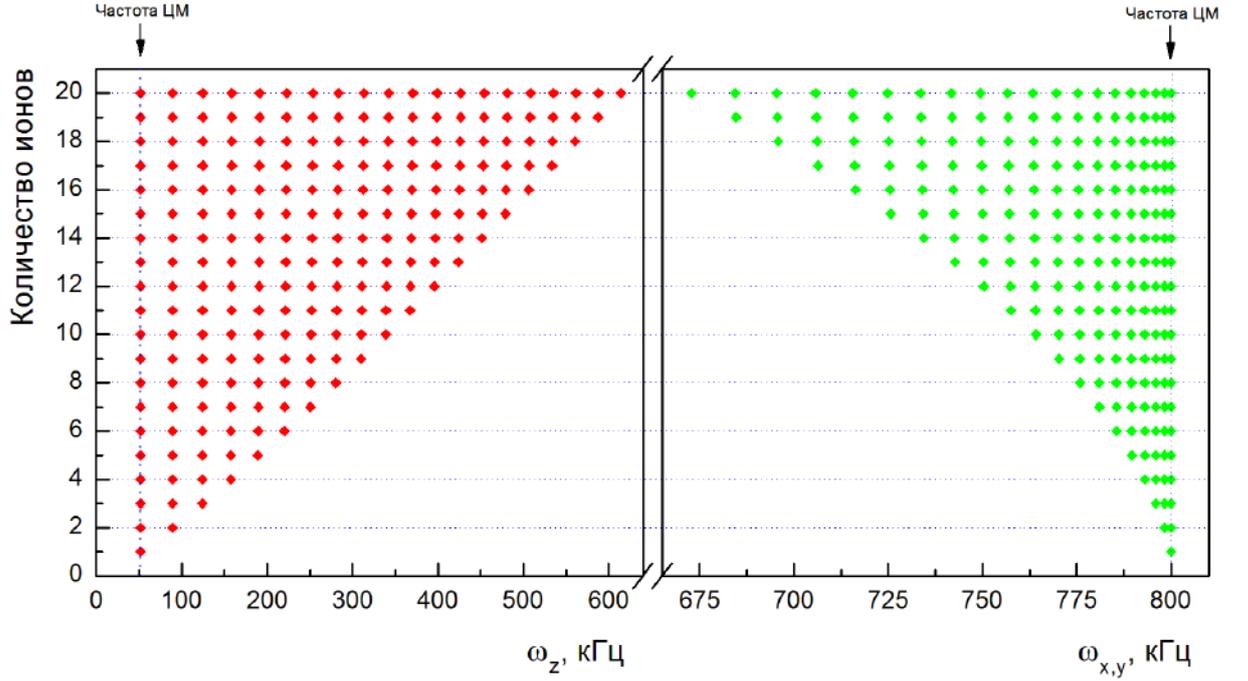


Рисунок 1.4 — Вычисленные $3 \times N$ нормальные моды аксиального и радиального направлений для ионов $^{24}\text{Mg}^+$, захваченных в потенциал с частотами $\omega_{x,y} = 2\pi \times 800$ кГц, $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц: N аксиальных частот (красные ромбы) и $2 \times N$ вырожденных радиальных частот (зелёные ромбы). Масштабы шкал для радиальных и аксиальных частот отличаются.

высоких частотах. Радиальная частота центра масс напротив устанавливает верхнюю границу диапазона частот и также не изменяется с увеличением количества ионов. Высшие радиальные моды имеют более низкие частоты. Из графика 1.4 видно, что для десяти ионов радиальные моды распределены в частотном диапазоне 36 кГц, что соответствует примерно 13% диапазона аксиальных частот.

1.2.2 Ангармонический удерживающий потенциал

Сегментированной ионной ловушкой возможно создавать ограничивающий потенциал более высокого порядка. Можно, например, создать потенциал с двумя лунками для хранения ионов в соседних потенциальных минимумах [67] или найти конфигурацию напряжений, которая позволяет захватывать равномерно распределенный ионный кристалл [64]. Эквидистантный ионный кристалл в ангармоническом потенциале имеет преимущество по сравнению с кристаллом в гармоническом потенциале: он обладает более высокой стабильностью линейной структуры с увеличением размера кристалла, что видно из сравнения неравенства 1.7 с условием линейности кристалла в ангармоническом потенциале [64]:

$$\omega_{x,y}^2 > \frac{7\zeta(3)e^2}{2md_0^3} \approx \frac{4.2e^2}{md_0^3}, \quad (1.16)$$

где d_0 — межионное расстояние, ζ — дзета-функция Римана.

Принимая во внимание преимущества эквидистантного ионного кристалла, рассмотрим детали его реализации. Исходя из равномерно распределенных ионов в цепочке, можно вычислить внешнее электрическое поле, необходимое для создания такой структуры. Рассмотрим электрический потенциал в виде степенного ряда по координате вдоль оси ловушки. Такой шаг облегчит реализацию необходимых напряжений с использованием сегментированных ионных ловушек. Если вместо ряда взять только первых два члена разложения, то будет небольшое отличие от желаемого эквидистантного случая.

Пять соседних сегментов позволяет создавать биквадратичный потенциал вдоль оси z [64]. В таком потенциале N -ионная цепочка имеет полную потенциальную энергию:

$$U(x, y, z, t) = \underbrace{\sum_{i=1}^N \left[\frac{m}{2} (\omega_x^2 x_i^2(t) + \omega_y^2 y_i^2(t)) + \frac{\kappa_2}{2} z_i^2(t) + \frac{\kappa_4}{4} z_i^4(t) \right]}_{\text{биквадратичный потенциал}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{1}{|r_i(t) - r_j(t)|}}_{\text{кулоновский потенциал}}, \quad (1.17)$$

где $\omega_{x,y}$ — частота радиальных колебаний центра масс, а κ_2 и κ_4 — параметры, зависящие от приложенного постоянного напряжения. Реализация членов более высокого порядка в осевом потенциале позволила бы сделать расстояние между соседними ионами более однородным, но за счет использования большего числа пар электродов. Кроме того, на электроды с шириной вдоль оси z намного большей, чем длина ионного кристалла, нужно подавать большее напряжение для достижения более высокостепенного потенциала. Таким образом, в зависимости от геометрии ловушки реализация таких потенциалов может быть невозможна.

В описанной в этой работе сегментированной ловушке возможно добавление только биквадратичного коэффициента к квадратичному потенциалу вдоль оси z . В общем случае биквадратичный потенциал обеспечивает разумный компромисс между необходимыми экспериментальными усилиями и однородностью ионной цепочки. Развитие идеи реализации такого ангармонического потенциала, позднее может быть применено к системам с ангармоническими членами более высокого порядка.

Применим аналогичные описанному в подразделе 1.2.1 рассуждения о гармоническом потенциале к ангармоническому потенциалу. После линеаризации координат ионов (уравнение 1.9), положение равновесия i -го иона в линейном N -ионном кристалле даётся выражением $\{0, 0, z_i^0\}$. Эти положения можно найти из N связанных

уравнений, если перейти к безразмерным координатам $\{0, 0, v_i^0\}$:

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{z_i^0}{b}; \\ b &= \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\kappa_2} \right)^{1/3}; \\ B &= \frac{\kappa_4}{\kappa_2} b^2 = \frac{\kappa_4}{\kappa_2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\kappa_2} \right)^{2/3}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

В уравнениях 1.18 вводятся характерная длина b и безразмерное отношение B , используемое для характеристики и оптимизации потенциала вдоль оси ловушки.

На основе 1.18 можно получить равновесные положения ионов. Они зависят от констант κ_2 и κ_4 , которые можно найти из анализа электрического поля, создаваемого электродами. Кроме того, от κ_2 зависит аксиальная частота колебаний центра масс ($\omega_z = \sqrt{|\kappa_2|/m}$), что создает дополнительное ограничение на выбор напряжений.

На рисунке 1.5 представлены вычисленные положения равновесия вплоть до двадцати ионов $^{24}\text{Mg}^+$ захваченных в биквадратичный потенциал с $\kappa_2 = 4.20 \times 10^{-15}$ Дж/м² и $\kappa_4 = 8.71 \times 10^{-6}$ Дж/м⁴. Аксиальная частота колебаний центра масс кристалла в гармоническом потенциале определяется параметром κ_2 и равна $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц. Параметры потенциала подбирались для реализации эквидистантного кристалла из десяти ионов с расстоянием между ионами 13 мкм. Поскольку параметры выводятся из конечного разложения необходимого потенциала, то они получаются приближёнными. В данном случае это приводит к вариации межионного расстояния от 12.6 мкм в центре кристалла и до 13.7 мкм на концах.

На рисунке 1.6 изображено сравнение вычисленных межионных расстояний в положении равновесия для десяти ионов в ангармоническом и гармоническом потенциалах с аксиальной частотой $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц. Хотя расстояния между ионами в биквадратичном потенциале отклоняются от заданного значения в 13 мкм из-за конечного разложения потенциала, общая разница в межионном расстоянии меньше, чем для гармонического потенциала. Не учитывая концы цепочки, наблюдаются отличия межионного расстояния на 2% для ангармонического потенциала и 13% для гармонического. На концах кристалла эти значения возрастают до 8% в ангармоническом и до 27% в гармоническом случае.

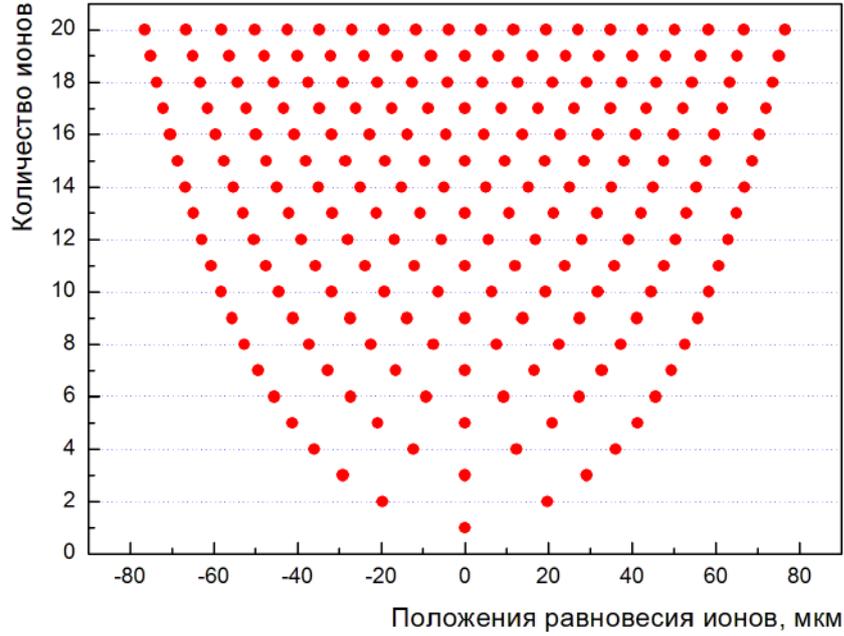


Рисунок 1.5 — Результаты моделирования положений равновесия ионов $^{24}\text{Mg}^+$ вплоть до $N = 20$, захваченных в ангармонический потенциал с $\kappa_2 = 4.20 \times 10^{-15} \text{ Дж/м}^2$ и $\kappa_4 = 8.71 \times 10^{-6} \text{ Дж/м}^4$

Можно применить формализм Лагранжа так же, как изложено в подразделе 1.2.1, для вычисления собственных мод ионного кристалла в ангармоническом потенциале. Диагонализуя матрицу Гессе, находим $3 \times N$ собственных мод системы. На рисунке 1.7 представлены частоты колебаний ионов $^{24}\text{Mg}^+$, ограниченных ангармоническим потенциалом. В этом потенциале частоты одиночного иона равны $\omega_{x,y} = 2\pi \times 800 \text{ кГц}$, $\omega_z = 2\pi \times 51.5 \text{ кГц}$, а параметры потенциала $\kappa_2 = 4.20 \times 10^{-15} \text{ Дж/м}^2$ и $\kappa_4 = 8.71 \times 10^{-6} \text{ Дж/м}^4$. В отличие от мод в гармоническом потенциале, изображенных на рисунке 1.4, количество захваченных ионов влияет на частоту колебания центра масс [63]. При увеличении количества ионов аксиальные частоты колебаний центра масс увеличиваются, а радиальные — несущественно уменьшаются. Помимо сдвига частот мод из-за ангармоничности ограничивающего потенциала, общее поведение аналогично гармоническому случаю: аксиальные моды более высокого порядка возрастают по частоте (частота центра масс является нижней границей), радиальные моды — уменьшаются по частоте (частота центра масс являются верхней границей). Что касается диапазона частот в ангармоническом потенциале, то для десяти ионов аксиальными частотами покрывается диапазон частот в 661 кГц, что шире, чем диапазон покрываемый радиальными частотами в 205 кГц (это соответствует примерно 31% диапазона аксиальных частот).

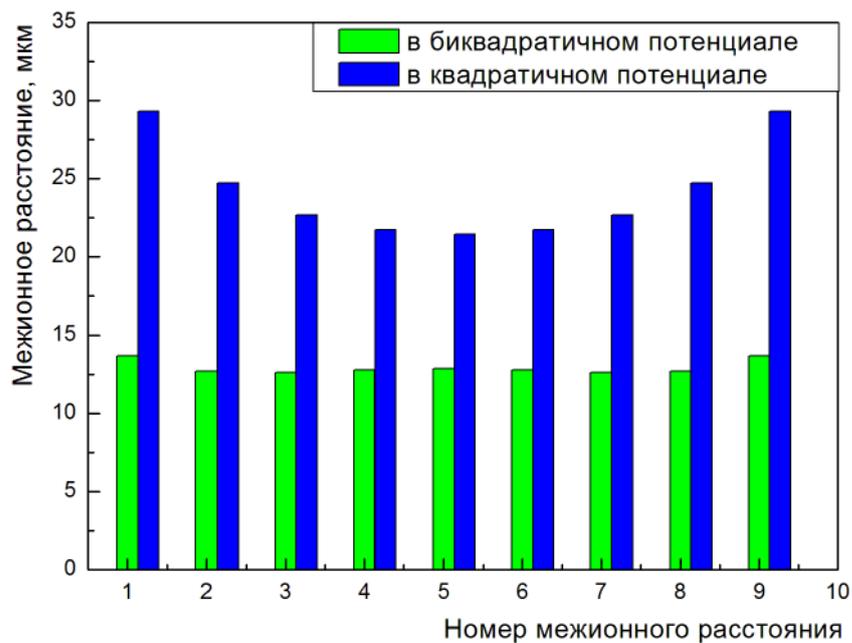
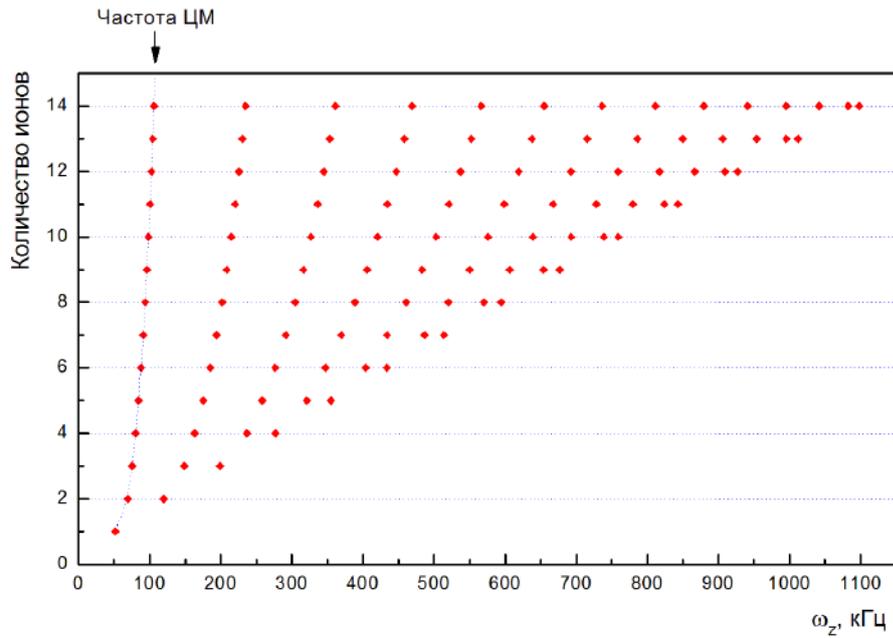
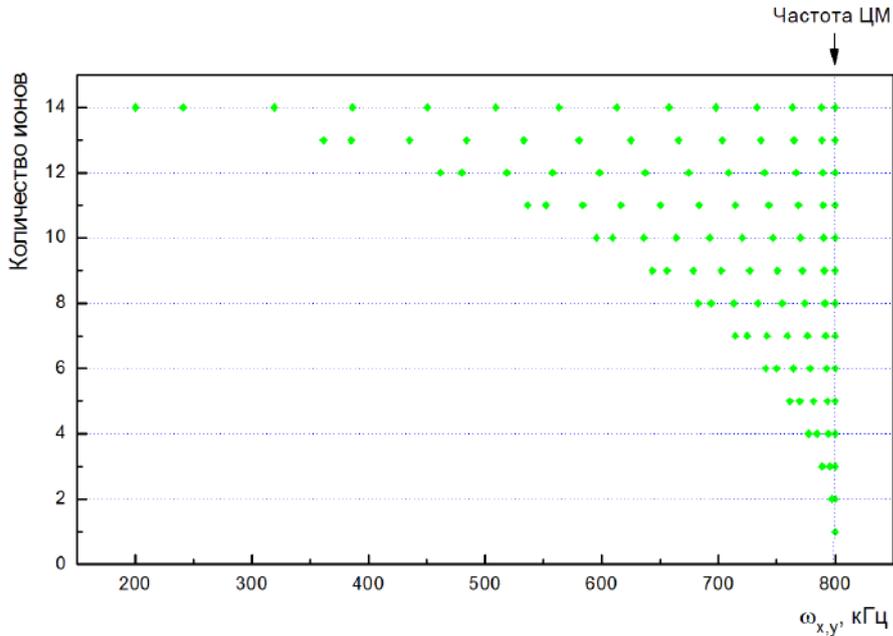


Рисунок 1.6 — Сравнение вычисленных межионных расстояний в положении равновесия для десяти ионов в гармоническом и ангармоническом потенциале с аксиальной частотой $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц и параметрами $\kappa_2 = 4.20 \times 10^{-15}$ Дж/м² и $\kappa_4 = 8.71 \times 10^{-6}$ Дж/м⁴.



(a)



(б)

Рисунок 1.7 — Вычисленные $3 \times N$ нормальные моды аксиального и радиального направлений для ионов $^{24}\text{Mg}^+$, захваченных в ангармонический потенциал с частотами $\omega_{x,y} = 2\pi \times 800$ кГц, $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц и параметрами $\kappa_2 = 4.20 \times 10^{-15}$ Дж/м² и $\kappa_4 = 8.71 \times 10^{-6}$ Дж/м⁴: а) N аксиальных частот (красные ромбы); б) $2 \times N$ вырожденных радиальных частот (зелёные ромбы).

В этой главе описаны принципы удержания заряженных частиц в ловушках Пауля и излагается теория движения захваченных ионов в гармоническом и ангармоническом потенциалах.

Линейная ловушка Пауля — один из инструментов для локализации частиц в задан-

ном объеме. В такой ловушке трехмерное удержание реализуется суперпозицией изменяющегося во времени квадрупольного потенциала, генерируемого РЧ-электродами, и гармонического потенциала, генерируемого электродами с постоянным потенциалом.

Захваченный ион колеблется во всех трех пространственных измерениях с частотами, полностью определяемыми приложенным напряжением, массой иона и геометрией ловушки. Однако в случае захвата кристалла, необходимо учитывать кулоновское отталкивание между ионами. В общем случае N -ионный кристалл имеет $3 \times N$ колебательных мод: по N для каждого пространственного направления.

В несегментированной линейной ловушке Пауля ограничивающий аксиальный потенциал хорошо описывается в гармоническом приближении. Следуя за [66], собственные моды ионного кристалла можно найти по алгоритму: вычисление положений равновесия вдоль оси z , их линеаризация и диагонализация матрицы Гессе.

В сегментированных ловушках для аксиального ограничивающего потенциала можно ввести ангармоничность для достижения более однородного межионного расстояния. Поиск собственных мод остается таким же: вычисление положений равновесия с последующей диагонализацией матрицы Гессе. Однако частоты центра масс в этом случае зависят от количества ионов в кристалле.

ГЛАВА 2

Взаимодействие излучения с ионами

Представленные в этой работе результаты основаны на взаимодействии захваченных ионов с лазерным излучением. Такое взаимодействие приводит к связи внутреннего электронного состояния иона с внешними степенями свободы. Эта связь используется, например, для охлаждения до основного колебательного состояния [68] и для запутывания внутренних состояний нескольких ионов [69]. После чего возможна реализация таких квантово-логических операций, как, например, гейт Цирака-Золлера [70]. В свою очередь, гейты, основанные на спин-зависящих силах, реализуются в менее жёстких условиях [69]. Они требуют, как минимум, охлаждения до достижения режима Лэмба-Дике, а охлаждение до маленьких колебательных чисел повышает их производительность [71]. В любом случае эффективные методы охлаждения до основного колебательного состояния захваченных частиц являются важным шагом на пути реализации квантово-логических интерфейсов и прецизионной спектроскопии на их основе.

В первой части этой главы кратко описана теория взаимодействия захваченных частиц с лазерным излучением. Во второй части изложены методы охлаждения, позволяющие получать состояния близкие к основному колебательному состоянию.

2.1 Захваченные ионы и лазерное излучение

В первой части этого раздела рассматривается одиночный захваченный ион, взаимодействующий с лазерным излучением. Как описано в предыдущей главе, одиночный ион имеет три моды движения, а его внутренние степени свободы часто можно рассматривать как двухуровневую систему. Во второй части раздела рассматривается многоионный случай.

2.1.1 Случай одиночного захваченного иона

Взаимодействие одиночного захваченного иона с около резонансным лазерным излучением можно описать полуклассически как квантовомеханическую двухуровневую систему, взаимодействующую с классическим световым полем. Ион, захваченный в гармонический потенциал, локализован в определённом объеме, как описано в главе 1. Обозначим основное состояние захваченной частицы как $|g\rangle$, а возбужденное — $|e\rangle$. Разность энергий состояний $E = \hbar\omega_0$, где $h = 2\pi\hbar$ — постоянная Планка, ω_0 — частота перехода (рисунок 2.1). Лазерное излучение представляется в виде классической монохроматической световой волны. Лазерное поле, взаимодействующее с ионом, расположенным в положении z в момент времени t , определяется выражением

$\mathbf{E}(z, t) = E_0 \boldsymbol{\epsilon} \cos(k_z z - \omega_L t + \phi)$ [58, 68]. В этом выражении E_0 — амплитуда электрического поля, $\boldsymbol{\epsilon}$ — вектор поляризации, $k_z = \mathbf{k} \cdot \mathbf{z}$ — проекция волнового вектора на ось z , ω_L — частота лазера, ϕ — фаза лазерного излучения.

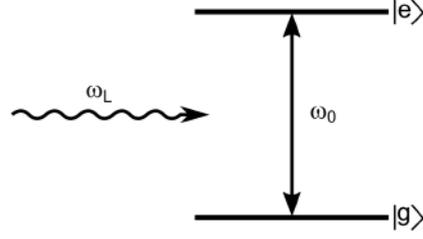


Рисунок 2.1 — Двухуровневая система с основным состоянием $|g\rangle$, возбужденным состоянием $|e\rangle$ и частотой перехода ω_0 , взаимодействующая с лазерным излучением частоты ω_L .

Гамильтониан взаимодействия двухуровневой системы со световым полем можно разделить на стационарную часть $\hat{\mathcal{H}}^0$, описывающую захваченный ион без светового поля, и зависящую от времени часть $\hat{\mathcal{H}}^i$, отвечающую за взаимодействие с полем. То есть гамильтониан системы может быть записан как [58, 68]:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}^0 + \hat{\mathcal{H}}^i = \hat{\mathcal{H}}^m + \hat{\mathcal{H}}^e + \hat{\mathcal{H}}^i, \quad (2.1)$$

где вводятся конкретные части стационарного гамильтониана, соответствующие механической иона $\hat{\mathcal{H}}^m$ и энергии $\hat{\mathcal{H}}^e$ внутреннего электронного состояния. Ограничиваясь рассмотрением одной оси z , гамильтонианы имеют вид [58, 68]:

$$\hat{\mathcal{H}}^m = \frac{\hat{p}_z^2}{2m} + \frac{m\omega_z^2}{2} \hat{z}^2 = \hbar\omega_z \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right); \quad (2.2)$$

$$\hat{\mathcal{H}}^e = \frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z, \quad (2.3)$$

где m — масса иона, ω_z — частота колебаний, \hat{p}_z и \hat{z} — операторы импульса и координаты соответственно. Понижающий и повышающий операторы \hat{a} и \hat{a}^\dagger для квантового гармонического осциллятора имеют вид [72]:

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega_z}} (m\omega_z \hat{z} + i\hat{p}_z), \quad \hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega_z}} (m\omega_z \hat{z} - i\hat{p}_z), \quad (2.4)$$

произведение которых равно колебательному числу n или, что тоже самое, количеству фононов: $n = \hat{a}^\dagger \hat{a}$.

Разность энергий двух электронных состояний определяется оператором спина-1/2 $\hat{\sigma}_z$ [58, 68]. Этот оператор является проекцией матрицы Паули $\hat{\sigma}$, используемой для описания двухуровневых систем [58].

Зависимую от времени часть гамильтониана взаимодействия двухуровневой системы со световым полем можно представить в виде [58, 68]:

$$\hat{\mathcal{H}}^i = \frac{\hbar\Omega}{2} (\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) \left[e^{i(k_z z + \omega_L t + \phi)} + e^{-i(k_z z + \omega_L t + \phi)} \right], \quad (2.5)$$

где Ω — частота Раби, которая количественно описывает взаимодействие резонансного излучения с дипольным моментом частицы; $\hat{\sigma}_+ = \hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y$ и $\hat{\sigma}_- = \hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y$.

Преобразование в представление взаимодействия упрощает анализ гамильтониана 2.5. Преобразование осуществляется путем применения унитарного оператора $\hat{U}_0 = \exp(-i\hat{\mathcal{H}}^0 t/\hbar)$ к гамильтониану [58]:

$$\hat{\mathcal{H}}^{\text{int}} = \hat{U}_0^\dagger \hat{\mathcal{H}}^i \hat{U}_0 = \frac{\hbar\Omega}{2} \left(\hat{\sigma}_+ e^{-i(\Delta t - \phi)} e^{i\eta(\hat{a} \exp(-i\omega_z t) + \hat{a}^\dagger \exp(i\omega_z t))} + H.c. \right). \quad (2.6)$$

В уравнении 2.6 было применено приближение вращающейся волны (ПВВ): пренебрежение быстроосцилирующими членами с частотой $\omega_L + \omega_0$ [58, 68]. Кроме того, введены отстройка $\Delta = \omega_L - \omega_0$ и параметр Лэмба-Дике [58, 68]:

$$\eta = k_z \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_z}}. \quad (2.7)$$

Параметр Лэмба-Дике, приведенный в уравнении 2.7, равен отношению длины волны лазерного излучения к пространственной протяженности волнового пакета основного состояния иона. Гамильтониан взаимодействия (уравнение 2.6) приводит к связи между колебательными состояниями иона и его электронными состояниями через световое поле, как показано на рисунке 2.2.

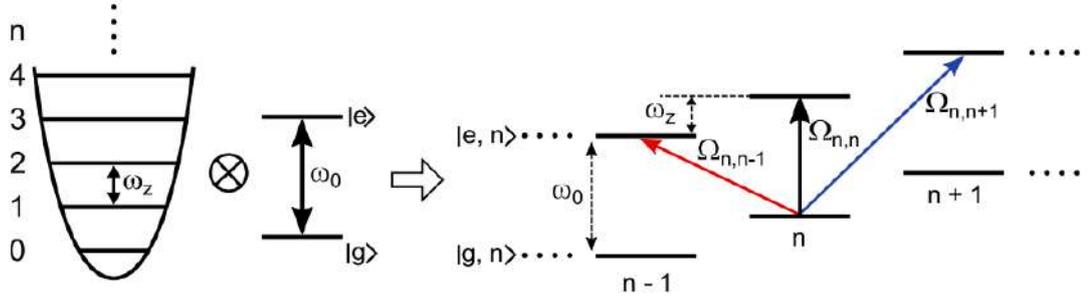


Рисунок 2.2 — Комбинация гармонического осциллятора с частотой ω_z с двухуровневой системой с частотой перехода ω_0 . Из-за связи электронных и колебательных состояний можно возбуждать переходы, показанные красной, черной и синей стрелками.

Общее состояние системы можно записать как суперпозицию волновых функций, описывающих основное состояние $|g, n\rangle$ и возбужденное состояние $|e, n\rangle$ [58, 61]:

$$\psi(t) = \sum_n (c_{g,n}(t)|g, n\rangle + c_{e,n}(t)|e, n\rangle). \quad (2.8)$$

В уравнении 2.8 выполняется суммирование по всем n возможным возбуждениям колебательных мод и вводятся зависящие от времени вероятности для основного состояния $c_{g,n}(t)$ и возбужденного состояния $c_{e,n}(t)$. Временная эволюция захваченного иона, взаимодействующего с электромагнитным излучением, описывается уравнением Шредингера и может быть записана как:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}} \psi(\mathbf{r}, t), \quad (2.9)$$

Уравнение 2.9 определяет эволюцию системы, описываемой волновой функцией $\psi(\mathbf{r}, t)$. Коэффициенты $c_{g,n}(t)$ и $c_{e,n}(t)$ можно найти из системы связанных дифференциальных уравнений. Для случая лазерного излучения с частотой, близкой к частоте перехода $|g, n\rangle \leftrightarrow |e, n+p\rangle$ с малой интенсивностью излучения ($\Omega \ll \omega_z$), обобщённая частота Раби может быть рассчитана как [58, 61]:

$$\Omega_{n,n+p} = \Omega \langle n+m | e^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)} | n \rangle, \quad (2.10)$$

где n и $n+m$ — колебательные числа.

Режим Лэмба-Дике

Параметр Лэмба-Дике определяется отношением пространственной протяженности описывающей ион волновой функции основного состояния к длине волны лазерного излучения, возбуждающего электронный переход иона. Режим Лэмба-Дике реализуется при $\eta\sqrt{2\langle n \rangle + 1} \ll 1$, то есть при малых колебательных числах при $\eta \ll 1$. В этом режиме гамильтониан взаимодействия (уравнение 2.6) можно разложить по η [58, 61]:

$$e^{i\eta(\hat{a}\exp(-i\omega_z t) + \hat{a}^\dagger \exp(i\omega_z t))} \approx 1 + i\eta(\hat{a}e^{-i\omega_z t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega_z t}) + \mathcal{O}(\eta^2). \quad (2.11)$$

Следовательно, в первом порядке по η возможны три перехода:

- Без отстройки $\Delta = 0$

Возбуждение внутреннего состояния без изменения колебательного числа (чёрная стрелка на рисунке 2.2), а частота Раби не зависит от колебательного квантового числа [58]:

$$\hat{\mathcal{H}}_{CAR}^{int} = \frac{\hbar}{2}\Omega (\hat{\sigma}_+ e^{i\phi} + \hat{\sigma}_- e^{-i\phi}); \quad (2.12)$$

$$\Omega_{n,n} = \Omega. \quad (2.13)$$

- С красной отстройкой $\Delta = -\omega_z$

Возбуждение внутреннего состояния сопровождается уменьшением колебательного числа на единицу (красная стрелка на рисунке 2.2). Гамильтониан и обобщённая частота Раби равны [58]:

$$\hat{\mathcal{H}}_{RSB}^{int} = \frac{i\hbar}{2}\Omega\eta (\hat{a}\hat{\sigma}_+ e^{i\phi} + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_- e^{-i\phi}); \quad (2.14)$$

$$\Omega_{n,n-1} = \Omega\eta\sqrt{n}. \quad (2.15)$$

- С синей отстройкой $\Delta = \omega_z$

Возбуждение внутреннего состояния сопровождается увеличением колебательного числа на единицу (синяя стрелка на рисунке 2.2). Гамильтониан и обобщённая

частота Раби равны [58]:

$$\hat{\mathcal{H}}_{BSB}^{int} = \frac{i\hbar}{2}\Omega\eta(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_+e^{i\phi} + \hat{a}\hat{\sigma}_-e^{-i\phi}); \quad (2.16)$$

$$\Omega_{n,n+1} = \Omega\eta\sqrt{n+1}. \quad (2.17)$$

2.1.2 Случай многоионного захваченного кристалла

Преыдущее описание справедливо для одиночного захваченного иона, взаимодействующего с монохроматической бегущей волной. Увеличение числа ионов приводит к кулоновскому взаимодействию между захваченными частицами. Это взаимодействие проявляется в общих модах колебаний ионов. Будем рассматривать N -ионный кристалл и снова ограничимся одним пространственным измерением вдоль оси z .

Стационарную часть гамильтониана $\hat{\mathcal{H}}^0$ можно переписать, преобразовав механическую энергию ионов $\hat{\mathcal{H}}^m$ и энергию внутреннего электронного состояния $\hat{\mathcal{H}}^e$ в:

$$\hat{\mathcal{H}}_N^m = \hbar \sum_{j=1}^N \omega_j \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right); \quad (2.18)$$

$$\hat{\mathcal{H}}_N^e = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sum_{l=1}^N \hat{\sigma}_z^l. \quad (2.19)$$

В уравнении 2.18 суммирование производится по всем возможным собственным модам системы с частотой ω_j (суммирование до N , а не до $3N$, так как рассматривается одна ось). В уравнении 2.19 выполняется суммирование по всем ионам. Гамильтониан взаимодействия $\hat{\mathcal{H}}^{int}$ может быть записать в виде [62]:

$$\hat{\mathcal{H}}_N^{int} = \frac{\hbar}{2} \sum_{l=1}^N \Omega_l \left(\hat{\sigma}_+ e^{-i(\Delta t - \phi_l)} e^{i \sum_{j=1}^N \eta_{l,j}} (\hat{a}_j \exp(-i\omega_j t) + \hat{a}_j^\dagger \exp(i\omega_j t)) + H.c. \right). \quad (2.20)$$

В уравнение 2.20 приведён гамильтониан взаимодействия N ионов в представлении взаимодействия и в приближении вращающейся волны. Стоит отметить, что частоты Раби Ω_l и фазы ϕ_l не обязательно должны быть одинаковыми для всех ионов. Кроме того, параметр Лэмба-Дике зависит от моды [62, 66] и пропорционален перекрытию траектории каждого иона и направления распространения света [62, 66].

2.2 Лазерное охлаждение

Динамика охлаждения захваченного иона определяется тремя параметрами: ω_m — частотой движения ионов из-за удержания в гармоническом потенциале; Γ — шириной электронного перехода, используемого для охлаждения; частотой отдачи фотонов $\omega_R = E_R/\hbar = \hbar k^2/(2m)$, где E_R — энергия отдачи [68]. В режиме Лэмба-Дике $\omega_R < \omega_m$,

что используется в последующем описании. Кроме того, в зависимости от соотношения между шириной линии перехода Γ и частотой колебания ω_m , выделяют два случая [58]:

- Режим слабой связи или режим неразрешённых боковых частот $\Gamma > \omega_m$

Переходы, описываемые гамильтонианами 2.12 - 2.17, нельзя рассматривать отдельно, так как ширина линии электронного перехода охватывает гораздо более широкий диапазон частот. В этом режиме осуществляется доплеровское охлаждение.

- Режим сильной связи или режим разрешённых боковых частот $\Gamma < \omega_m$

Ширина линии электронного перехода занимает узкий диапазон частот и отдельные переходы, описываемые гамильтонианами уравнений 2.12 - 2.17, могут быть спектроскопически разрешены. Каждый переход можно индивидуально адресовать, что используется для охлаждения до основного колебательного состояния.

Обычно используют двухступенчатый процесс охлаждения. Вначале охлаждают доплеровски для уменьшения кинетической энергии захваченного иона и достижения режима Лэмба-Дике. Затем охлаждают до основного колебательного состояния для подготовки иона к квантовологическим операциям и прецизионной спектроскопии.

2.2.1 Доплеровское охлаждение

Доплеровское охлаждение осуществляется в режиме слабой связи ($\Gamma > \omega_m$) [73]. Если скорость ионов приводит к доплеровскому сдвигу, компенсируемому красной отстройкой частоты лазера относительно электронного перехода, то поглощаются встречные фотоны и происходит перенос населенности в возбужденное состояние [74]. Последующее спонтанное излучение фотона приводит к импульсу отдачи, действующему на ион в случайном направлении. Усреднение по ряду циклов поглощения-излучения приводит к замедлению иона.

Доплеровски нельзя охладить частицу до основного колебательного состояния: в режиме слабой связи случайно направленный импульс спонтанно излученного фотона приводит к ненулевой дисперсии импульсного распределения, то есть конечной температуре частицы [74]. В одномерном случае оптимальная красная отстройка равна половине естественной ширины охлаждающего перехода: $\Delta = -\Gamma/2$. При таком выборе отстройки минимальная температура T_D и, следовательно, минимальное колебательное число $\langle n \rangle_{\min}$ находятся из [5]:

$$k_B T_D = \frac{\hbar \Gamma}{2}, \quad k_B T_D = \langle n \rangle_{\min} \hbar \omega_m, \quad (2.21)$$

где k_B — постоянная Больцмана.

Например, для доплеровского охлаждения $^{24}\text{Mg}^+$ используется переход $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$, имеющий естественную ширину $\Gamma = 2\pi \times 41.4$ МГц. Данный переход имеет дли-

ну волны $\lambda = 279.6 \text{ нм}$ и циклический относительно термов $S_{1/2}$ и $P_{3/2}$. Минимальная температура, достигаемая на таком переходе, равна $T_D \approx 1.0 \text{ мК}$.

В упрощенном качественном рассмотрении не учитывается микродвижение, присутствующее в РЧ-ловушках, что является допустимым предположением в режиме, когда боковые частоты микродвижения малы по сравнению с боковыми частотами из-за секулярного колебания ионов. Более подробные оценки доплеровского охлаждения с учётом микродвижения можно найти в работе [75]. Вторым используемым приближением является рассмотрение двухуровневой системы. Внешнее магнитное поле может приводить к расщеплению уровней охлаждающего перехода на зеемановские подуровни. Подробные теоретические исследования охлаждения ионов с многоуровневой структурой можно найти в работе [76], а экспериментальное исследование в [77].

2.2.2 Охлаждение на боковых частотах

Для охлаждения на боковых частотах одиночного захваченного иона с частотой перехода ω_0 и секулярной частотой колебаний ω_m необходимо перестроить лазер на резонанс с первой красной боковой частотой $\omega_L = \omega_0 - \omega_m$ в режиме сильной связи. Ион, поглощая фотон с энергией $\hbar(\omega_0 - \omega_m)$, в режиме Лэмба-Дике преимущественно испускает фотон с энергией $\hbar\omega_0$. Такой процесс приводит к уменьшению кинетической энергии, так как уменьшается среднее колебательное число n [74] (рисунок 2.3 (а)).

Скорость охлаждения на боковых частотах равна [58, 61]:

$$R = \Gamma \frac{(\Omega\eta\sqrt{n})^2}{2(\Omega\eta\sqrt{n})^2 + \Gamma^2}. \quad (2.22)$$

Из уравнения 2.22 видно, что ширина линии перехода устанавливает верхний предел для скорости охлаждения. Таким образом, охлаждение на переходах с большим временем жизни, что равносильно узкой ширине линии, происходит медленнее. В таких случаях можно уменьшить время жизни верхнего уровня, связав его с дополнительным, короткоживущим уровнем при помощи лазерного излучения с соответствующей длиной волны. Этот метод называется гашением и описывается эффективной шириной линии [58, 61]:

$$\tilde{\Gamma} = \frac{\Omega_{\text{aux}}^2}{(\Gamma + \Gamma_{\text{aux}})^2 + 4\Delta_{\text{aux}}^2} \Gamma^2, \quad (2.23)$$

где Γ_{aux} — ширина линии дополнительного перехода; Δ_{aux} — отстройка от верхнего, короткоживущего уровня; Ω_{aux} — частота Раби. Таким образом, эффективная ширина линии для системы уровней определяется выбранными параметрами лазера.

В схеме охлаждения на боковых частотах лазерное излучение фактически перекачивает населенность в основное колебательное состояние, которое является тёмным состоянием такого процесса (рисунок 2.3 (а)). Указанная в уравнении 2.22 скорость уменьшается с уменьшением количества фононов n , пока не будет достигнуто тёмное

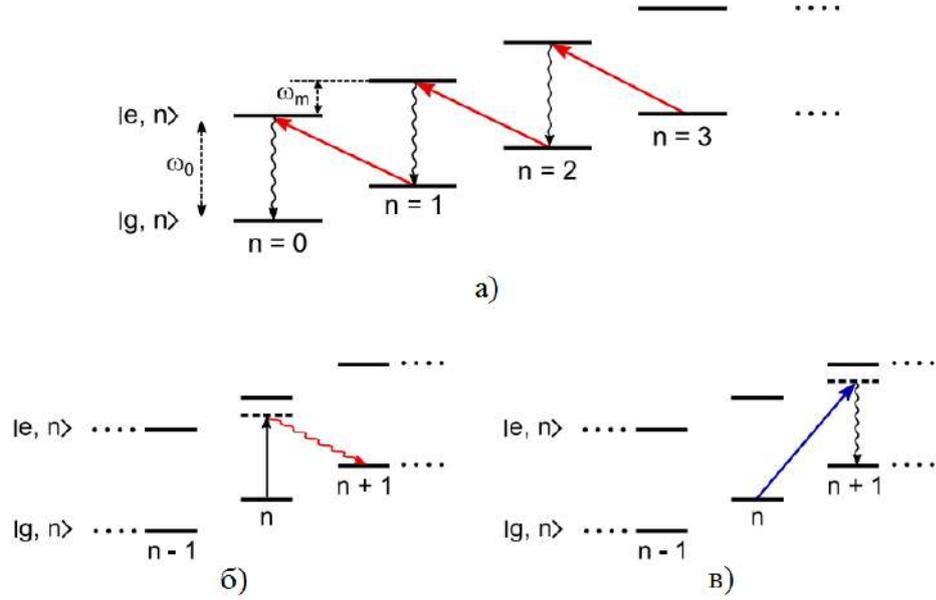


Рисунок 2.3 — Схема охлаждения на боковых частотах и принцип нерезонансного нагрева. а) В режиме Лэмба-Дике и сильной связи лазер можно перестроить на первую красную боковую частоту $\omega_L = \omega_0 - \omega_m$. Возбуждение иона на красной боковой частоте уменьшает число фононов на единицу. С большей вероятностью за этим поглощением следует спонтанное излучение на центральной частоте, что интегрально уменьшает кинетическую энергию иона и увеличивает населённость основного колебательного состояния. б) Существует небольшая вероятность нерезонансного поглощения на центральной частоте, за которым следует излучение с красной отстройкой. Такой процесс приводит к нагреву иона. в) Есть небольшая вероятность нерезонансного поглощения на синей боковой частоте, за которым следует излучение на центральной частоте. Такой процесс также приводит к нагреву иона.

состояние $n = 0$, где скорость охлаждения равна нулю. Однако «тёмное состояние» не совсем тёмное из-за нерезонансных процессов. В ходе таких процессов могут, например, возбуждаться переходы на несущей частоте с последующим излучением на красную боковую частоту (рисунок 2.3 (б)), либо происходит поглощение на синей боковой частоте с последующим излучением на центральной частоте (рисунок 2.3 (в)). Эти нерезонансные процессы уменьшают населённость основного колебательного состояния и нагревают ионы.

Минимальное среднее число фононов, достигаемое системой, может быть рассчитано как:

$$\langle n \rangle_{\min} = \frac{\Gamma^2}{4\omega_m^2} \left(\frac{\tilde{\eta}^2}{\eta^2} + \frac{1}{4} \right). \quad (2.24)$$

В уравнении 2.24 вводится параметр Лэмба-Дике $\tilde{\eta}$ для спонтанного излучения, который равен:

$$\tilde{\eta} = \alpha \frac{2\pi}{\lambda_{\text{аух}}} \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_m}}. \quad (2.25)$$

В уравнении 2.25 длина волны спонтанного излучения обозначается как $\lambda_{\text{аух}}$, она, в частности, для схемы с гашением не обязательно равна длине волны поглощаемого

го излучения. Кроме того, пространственное распределение спонтанного излучения учитывается с геометрическим фактором α и при изотропном спонтанном излучении $\alpha = 1/3$. Помимо геометрического фактора α новый параметр Лэмба-Дике для спонтанного излучения $\tilde{\eta}$ и для когерентного возбуждения η (уравнение 2.7) различаются тем, что η зависит от проекции направления распространения лазерного пучка на ось движения иона.

Для охлаждения на боковых частотах расчёты распределения по колебательным числам для заданного среднего числа фононов приведены, например, в [58]. В этих расчетах гашение долгоживущего возбужденного состояния с помощью дополнительного лазера учитывается эффективной шириной линии перехода $\tilde{\Gamma}$ (уравнение 2.23).

Охлаждение на боковых частотах одной моды захваченных ионов до основного колебательного состояния обычно занимает несколько мс [56]. При увеличении количества ионов в кристалле, требуется охлаждение большего количества мод, что быстро уменьшает скорость охлаждения. Поэтому часто используют альтернативные методы, которые допускают одновременное охлаждение нескольких мод, например, метод электромагнитной индуцированной прозрачности, в русской литературе встречается как метод когерентного пленения населённостей (КПН).

Охлаждение методом КПН эффективно работает в более широком диапазоне частот, чем охлаждение на боковых частотах, однако достигаются более высокие средние числа фононов. Охлаждение методом КПН реализуется на двух дипольно-разрешенных переходах в Λ -конфигурации уровней, подавлением переходов на центральной частоте вследствие деструктивной интерференции. Выбор подходящего сдвига частоты приводит к охлаждению. Подробное описание этого метода можно найти, например, в [78–80].

В этой главе представлены теоретические основы взаимодействия захваченных в гармонический потенциал ионов с лазерным излучением. Рассмотрены случаи одиночного иона и многоионных кристаллов, приведены гамильтонианы взаимодействия и волновые функции состояния ионов. Кроме того, кратко описана теория лазерного охлаждения захваченных ионов как один из важных аспектов взаимодействия иона с излучением.

Для одиночного захваченного иона в случаях, когда необходимо подготовить состояние вблизи основного колебательного состояния, обычно применяется охлаждение на боковых частотах. Этот метод основан на возбуждении переходов на красных боковых частотах для накачки основного колебательного состояния, которое является тёмным для этого процесса. Для большего количества ионов целесообразно использовать другой метод, который способен одновременно охлаждать несколько колебательных мод, например, метод КПН.

ГЛАВА 3

Экспериментальная установка

В данной главе будет описана создаваемая нашей группой экспериментальная установка для реализации квантово-логических интерфейсов на захваченных ионах, а также для задач прецизионной спектроскопии методом квантовой логики в стандартах частоты. На данный момент установка содержит линейную квадрупольную ловушку Пауля для захвата и удержания ионов, лазерную систему для доплеровского охлаждения и систему для детектирования флуоресценции ионов.

3.1 Линейная квадрупольная ловушка Пауля

Для захвата и удержания ионов в нашей лаборатории была разработана линейная квадрупольная ловушка Пауля. Она содержит четыре цилиндрических вольфрамовых электрода длиной 74 мм и радиусом $r = 1$ мм (рисунок 1.1). Расстояние между поверхностями двух диагональных электродов составляет $2\tilde{r} = 2.95$ мм. Геометрия ловушки выбрана из соображений близости соотношения r/\tilde{r} к оптимальному $r/\tilde{r} = 1.15$ [81] и комфортного оптического доступа к захваченным ионам. На динамику ионов могут влиять концы электродов, поэтому необходима длина электродов значительно превосходящая область удержания.

Два диагональных цилиндрических электрода заземлены, а к двум другим прикладывается переменный гармонический потенциал вида $U_{x,y} + V_0 \cos(\Omega_{RF}t)$ с частотой $\Omega_{RF} = 2\pi \times 18.2$ МГц и амплитудой V_0 , которая может варьироваться от 0 до 600 В. Обычно ловушка работает при напряжениях $U_{x,y} = 0$ и $V_0 = 450$ В, что для ионов $^{24}\text{Mg}^+$ соответствует параметрам Матье, задаваемым формулами 1.4, равным $a = 0$ и $q = 0.12$. Радиальная частота колебаний иона магния при этом составляет $\omega_{x,y} = 2\pi \times 800$ кГц, а глубина потенциала — $D \approx 8$ эВ.

Для создания переменного напряжения на радиочастотных электродах амплитудой в полкиловольт, был изготовлен резонансный трансформатор, представляющий собой две индуктивно связанных между собой обмотки, смонтированные на тефлоновой основе. Резонансный контур образован вторичной обмоткой и электродами ловушки, которые имеют ёмкость около 20 пФ. Согласование входного импеданса трансформатора и питающего генератора переменного напряжения осуществляется путем изменения коэффициента взаимной индукции обмоток. Полученное напряжение после трансформатора измеряется при помощи делителя и осциллографа.

Аксиальное удержание ионов осуществляется при помощи четырёх кольцевых электродов, напряжение на которые можно подавать независимо. Обычно в экспериментах используется центральный сегмент ловушки и реализуется при приложении к двум центральным кольцевым электродам потенциала $U_{DC} = 500$ В. При таком на-

пряжении частота аксиальных колебаний захваченного одиночного иона составляет $\omega_z = 2\pi \times 51.5$ кГц.

Все электроды ловушки изготовлены из вольфрама, что обусловлено относительной простотой обработки материала и низкой величиной аномального нагрева захваченных ионов, вызываемого флуктуациями патчевых зарядов на поверхности стержней [82]. Диэлектрические поверхности расположены далеко от области удержания частиц, чтобы минимизировать паразитные электрические поля в области захвата. Остаточные паразитные электрические поля минимизируются четырьмя дополнительными стержневыми электродами, расположенными вокруг внутренних четырех цилиндрических электродов.

Загрузка ионов в ловушку осуществляется путем ионизации магниевого атомного пучка, проходящего через область удержания, либо путем ударной ионизации электронным пучком непосредственно в зоне захвата ловушки, либо с помощью ультрафиолетового светоизлучающего диода (рисунок 3.1). Атомный пучок создается атомной пушкой, которая представляет собой заполненную магнием танталовую трубку с электрическим нагревателем. После трубки располагаются две диафрагмы, защищающие установку от загрязнения магнием.

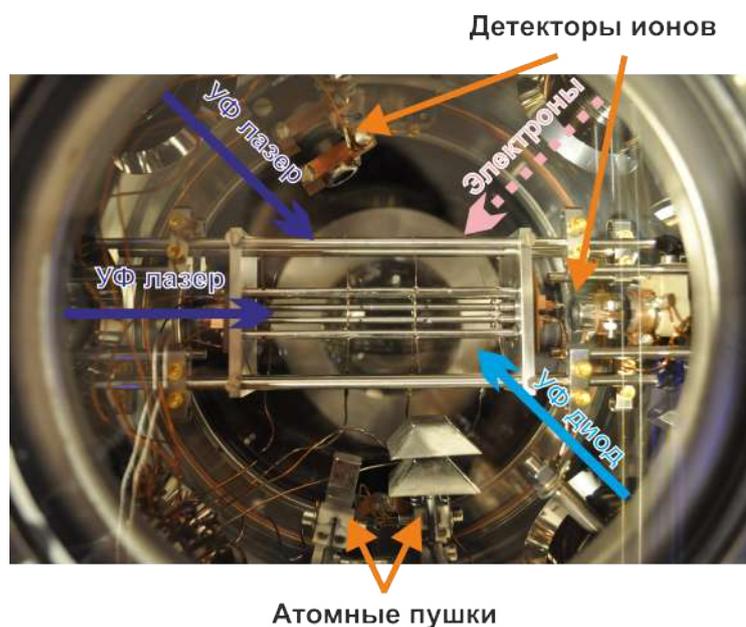


Рисунок 3.1 — Фотография линейной квадрупольной ловушки Пауля в вакуумной камере. Ловушка состоит из четырех внутренних цилиндрических электродов для радиального удержания ионов, четырех компенсирующих электродов и четырех кольцевых электродов для аксиального удержания. Лазерные пучки заводятся в камеру вдоль оси и под углом к оси. В камере также расположены два детектора ионов (канальные электронные умножители), две атомные пушки и электронная пушка. На заднем плане виден объектив, используемый для сбора излучения флуоресценции захваченных ионов.

Так как в атомной пушке содержится магний в натуральном изотопном составе,

то нужного изотопа в ловушке после загрузки будет только часть. Для удаления из ловушки других изотопов, используются масс-селективные свойства ловушек Пауля. Для этого напряжение на радиочастотных электродах ловушки после загрузки меняется так, чтобы параметры a и q для нужного изотопа оказались в «зубе» диаграммы устойчивости (рисунок 1.2). При этом остальные ионы будут выброшены из ловушки. Например, для ионов $^{24}\text{Mg}^+$, $^{25}\text{Mg}^+$, $^{26}\text{Mg}^+$ параметры a и q отличаются на 4%, что достаточно для эффективной селекции.

Второй способ выделения нужного изотопа основан на изотопическом сдвиге охлаждающего перехода. В процессе доплеровского охлаждения определённого изотопа необходимо выключать на короткие промежутки времени удерживающее радиочастотное поле. Тогда ионы не подверженные охлаждению быстрее вылетают из области удержания и при повторном включении РЧ-поля не захватываются. Например, изотопический сдвиг охлаждающего перехода $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ с длиной волны 280 нм в ионах $^{24}\text{Mg}^+$, $^{25}\text{Mg}^+$, $^{26}\text{Mg}^+$ составляет около 1.5 ГГц.

Ловушка, две атомные пушки и электронная пушка располагается в вакуумной камере при давлении 5×10^{-10} мбар, поддерживаемом ион-геттерным насосом. Высокий вакуум в камере важен для уменьшения вероятности столкновений ионов с фоновым газом, что может приводить к появлению сдвигов частоты переходов или потере ионов из ловушки в результате неупругих ударов с обменом зарядами или образованию молекулярных ионов. Вакуумная камера снабжена пятью кварцевыми окнами, позволяющими осуществлять оптический доступ к частицам.

3.2 Лазерная система доплеровского охлаждения

Первый этап охлаждения ионов магния — доплеровское охлаждение. Схема лазерной системы для его осуществления представлена на рисунке 3.2. В её основе лежит полупроводниковый инфракрасный лазер Toptica TA Pro, излучающий на длине волны 1120 нм и оснащённый рупорным усилителем. Стабилизация длины волны лазера осуществляется измерителем длин волн Angstrom WS-U, который обеспечивает стабильность частоты в полосе около 1 МГц. Выходная мощность инфракрасного излучения составляет 830 мВт.

Для преобразования инфракрасного излучения в ультрафиолетовое используется каскад из двух разработанных в нашей лаборатории генераторов второй гармоники (рисунок 3.3). Генераторы основаны на нелинейных кристаллах LBO и BBO, которые помещены в кольцевые резонаторы «галстук-бабочка» [83]. Корпус — цельнометаллический и термостабилизированный с смонтированными в него прецизионными оправками. В оправках установлены зеркала с высоким коэффициентом отражения, за исключением входного, имеющее коэффициент отражения 98% для согласования мод. Одно из зеркал смонтировано на пьезоактюаторе для обеспечения стабилизации

длины резонатора. Для стабилизации длин резонаторов используется метод привязки Хэнша-Куйо [84]. На выходе каскада генерации четвертой гармоники было получено порядка 5 мВт излучения на длине волны 279.6 нм.

Быстрое изменение частоты и интенсивности охлаждающего излучения обеспечивается при помощи акусто-оптического модулятора (АОМ), который установлен после каскада генераторов второй гармоники перед вакуумной камерой. Для достижения необходимых отстроек и минимизации смещения охлаждающего пучка АОМ работает в двухпроходной конфигурации. После АОМа излучение делится на два пучка. Первый пучок заводится в ловушку вдоль её оси и позволяет значительно увеличить эффективность охлаждения на этапе загрузки ловушки, так как охватывает большую часть области захвата ловушки. Второй — под углом ко всем трем осям ловушки и обеспечивает эффективное охлаждение всех степеней свободы частиц после перегрузки захваченных частиц в рабочую секцию.

Стабилизация длины волны лазера, как было сказано ранее, осуществляется измерителем длин волн Angstrom WS-U. В свою очередь измеритель длин волн периодически калибруется по сигналу насыщенного поглощения в ^{87}Rb . Схема калибровки представлена на рисунке 3.4. Свет от опорного лазера мощностью 48 мВт на длине волны 780 нм проходит через перестраиваемый акусто-оптический модулятор, частота которого модулируется, после чего этот пучок направляется в схему с насыщенным поглощением [85]. Пройдя кювету с атомными парами ^{87}Rb , пучок отражается от зеркала и возвращается по тому же оптическому пути. Наблюдение интенсивности прошедшего пучка осуществляется при помощи фотоприёмника. Для увеличения амплитуды резонансов насыщенного поглощения кювета нагревается до 60°C , увеличивая давление насыщенных паров рубидия в кювете.

Стабилизация частоты производится по пику сигнала поглощения на частоте перекрестного резонанса, которая равна среднему арифметическому от частот переходов $5S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5P_{3/2} (F' = 2)$ и $5S_{1/2} (F = 2) \rightarrow 5P_{3/2} (F' = 3)$ (см. рис. 3.5).

3.3 Детектирование флуоресценции ионов

Схема системы для детектирования флуоресценции захваченных ионов изображена на рисунке 3.6. Сбор излучения от захваченных ионов осуществляется при помощи объектива с угловой апертурой 43.6° и пятикратным увеличением. Объектив установлен снаружи вакуумной камеры перпендикулярно оси ловушки и состоит из набора сферических линз. Линзы изготовлены из плавленого кварца, просветлённого на длину волны 280 нм, и спроектированы для минимизации сферических aberrаций. Собранный объективом излучение фокусируется либо на фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), либо на высокочувствительную EMCCD камеру Raptor Photonics Falcon Blue в зависимости от задач.

Весь оптический путь от ловушки ионов до детекторов излучения светоизолирован для увеличения отношения сигнал/шум. Также, так как источник флуоресценции оказывается сконцентрирован в небольшой области пространства, то остаточную фоновую засветку удаётся эффективно подавлять с помощью установленных диафрагм. Системой удалось добиться разрешающей способности около 4 мкм, что достаточно для различения отдельных ионов и исследования колебательных мод в кристаллах.

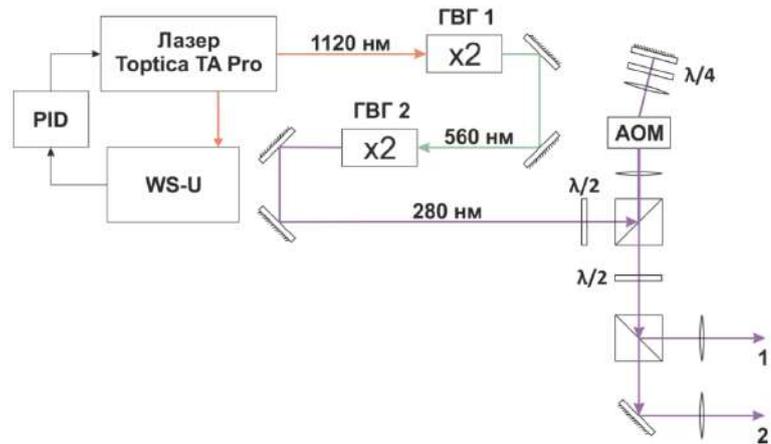


Рисунок 3.2 — Схема лазерной системы для доплеровского охлаждения ионов магния. Здесь PID — ПИД-регулятор; WS-U — измеритель длин волн Angstrom WS-U; ГВГ 1 и ГВГ 2 — генераторы второй гармоники, преобразующие 1120 нм → 560 нм и 560 нм → 280 нм, соответственно; АОМ — акусто-оптический модулятор; пучки «1» и «2» заводятся в ловушку.

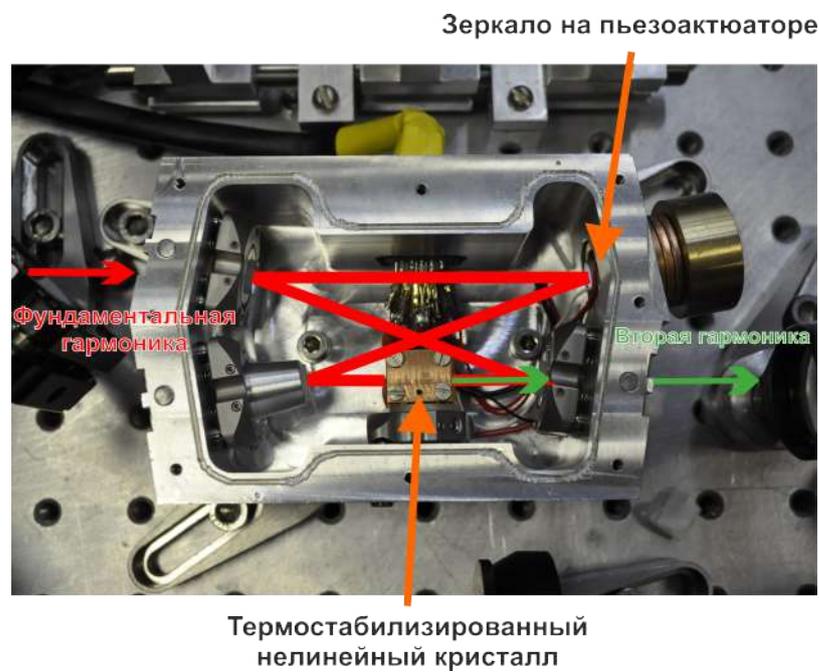


Рисунок 3.3 — Фотография разработанного в нашей лаборатории генератора второй гармоники.

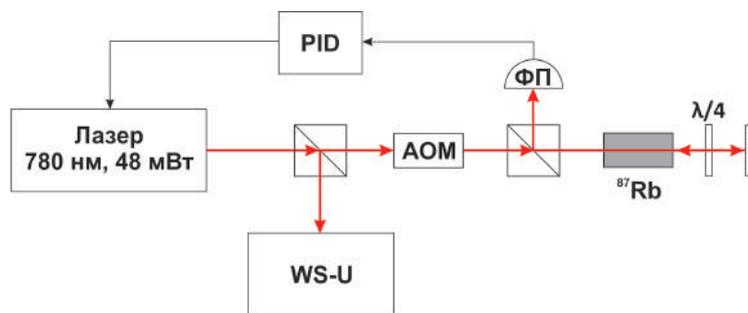


Рисунок 3.4 — Схема калибровки измерителя длин волн Angstrom WS-U по насыщенному поглощению в парах рубидия. Здесь PID — ПИД-регулятор; WS-U — измеритель длин волн Angstrom WS-U; АОМ — акусто-оптический модулятор; ФП — фотоприёмник; ^{87}Rb — кювета с парами рубидия.

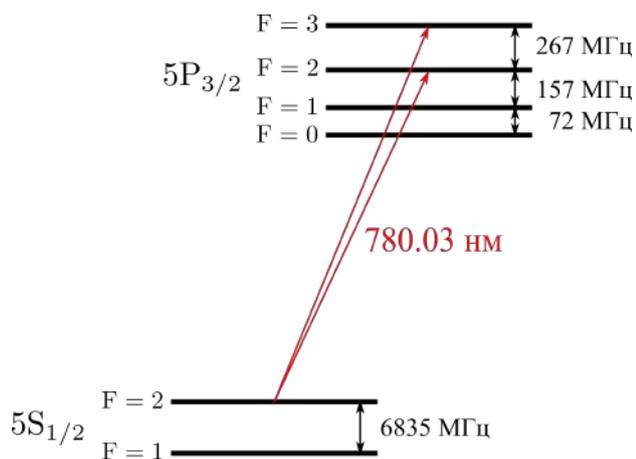


Рисунок 3.5 — Уровни рубидия, используемые для стабилизации опорного лазера по насыщенному поглощению.

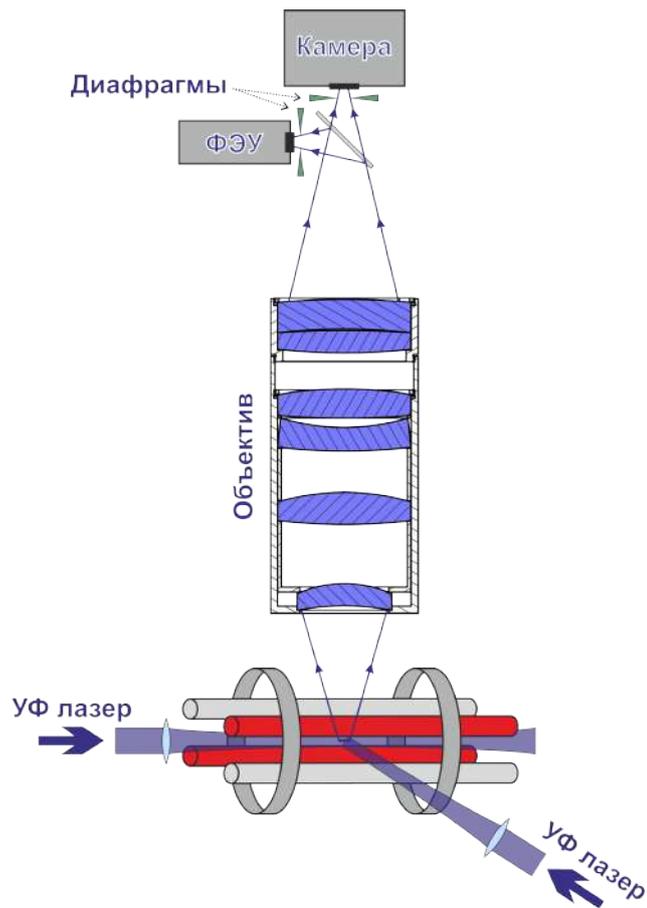


Рисунок 3.6 — Схема системы детектирования флуоресценции ионов, состоящая из широко-апертурного объектива и двух детекторов: фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) и EMCCD камеры — которые можно задействовать по выбору.

ГЛАВА 4

Получение и исследование вигнеровских кристаллов ионов $^{24}\text{Mg}^+$

В этой главе представлены результаты по лазерному охлаждению ионов $^{24}\text{Mg}^+$ в линейной квадрупольной ловушке Пауля до температур менее 40 мК. Также описан метод определения секулярных частот ионов амплитудной модуляцией охлаждающего излучения и исследованы спектры колебаний простых ионных кристаллов.

4.1 Лазерное охлаждение

Лазерное охлаждение является неотъемлемой частью всех экспериментов приведённых в этой главе. Уже сам процесс загрузки, который описан в части 3.1, сопровождается доплеровским охлаждением ионов. Для лазерного охлаждения ионов $^{24}\text{Mg}^+$ достаточно одного лазерного пучка, отстроенного по частоте на $\Delta \approx \Gamma/2$ от перехода $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ с длиной волны 280 нм. Необходимое излучение получено при помощи описанной в части 3.2 лазерной системы. В части экспериментов охлаждающий пучок, делился на два. Один заводится в ловушку горизонтально вдоль её оси, а второй — либо вертикально, либо горизонтально под углом ко всем главным осям ловушки. Таким образом удаётся, во-первых, эффективно захватывать ионы, перекрывая охлаждающим излучением большую часть зоны удержания, а во-вторых, быстрее охлаждать ионы, воздействуя сразу на несколько степеней свободы. В зависимости от задач, иногда достаточно только горизонтального охлаждающего пучка вдоль оси ловушки. Флуоресценция ионов под действием охлаждающего излучения наблюдается при помощи высокочувствительной EMCCD камеры.

В первых экспериментах нашей группой удавалось захватывать облака ионов с временем жизни несколько минут. Дальнейшая оптимизация параметров ловушки позволила на порядок увеличить время захвата при достижении кристаллизации облака ионов.

4.1.1 Кристаллизация

Кристаллизация ионного облака достигается, когда связанная с кулоновским отталкиванием энергия становится больше средней кинетической энергии ионов. При этом каждый ион локализуется в области пространства размером порядка несколько микрон. Несколько ионов образуют периодическую структуру, форма которой зависит от количества ионов и параметров ловушки (часть 1.2). В линейных ловушках ионные кристаллы осесимметричны и, как правило, вытянуты вдоль оси, образуя цепочки или сигарообразные трехмерные структуры. Полученные нашей группой ионные кристаллы из ионов $^{24}\text{Mg}^+$ изображены на рисунке 4.1. Большие кристаллы получаются

несимметричными по горизонтали из-за существенного давления охлаждающего излучения.

Из-за неселективности загрузки, в ловушку помимо ионов $^{24}\text{Mg}^+$ могут захватываться ионы других изотопов магния, которые проявляются на изображении в виде пропусков в периодической структуре ионных кристаллов. Большое количество «тёмных» ионов может препятствовать кристаллизации ионного облака из-за нагрева. Для удаления их из ловушки после загрузки производится процедура чистки, которая заключается в периодическом отключении радиального удерживающего поля ловушки на время порядка нескольких микросекунд. За это время «тёмные» ионы, не взаимодействующие со светом, покидают область захвата, поскольку обладают большей кинетической энергией. После очистки ловушки в течение нескольких секунд обычно удаётся гарантированно достигнуть кристаллизации ионов, а при более долгой — получить чистые кристаллы, состоящие только из флуоресцирующих частиц нужного изотопа магния.

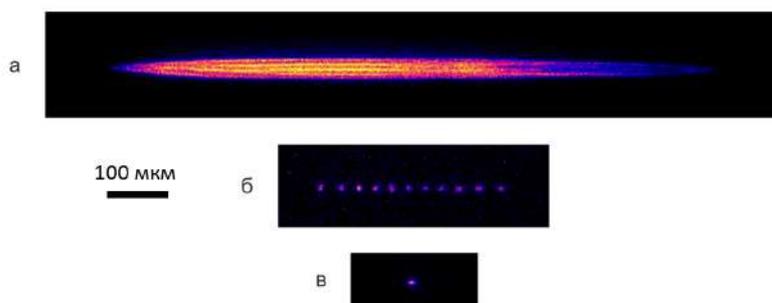


Рисунок 4.1 — Изображения ионных кристаллов $^{24}\text{Mg}^+$, получаемых в зависимости от параметров охлаждения и длительности загрузки: а) — ионный кристалл, состоящий из $10^3 - 10^4$ частиц; б) — цепочка из 11 ионов, в) — одиночный ион. Масштаб изображений одинаков.

После загрузки ионов осуществляется компенсация паразитных электрических полей. Для этого итерационно уменьшается амплитуда переменного удерживающего поля ловушки с изменением напряжений на компенсирующих электродах так, чтобы интегрально изображения ионов на камере при этом не смещались. Смещение ионов вдоль оптической оси объектива заметно из-за расфокусировки изображения.

4.1.2 Оценка температуры

Для оценки температуры, достигаемой ионами в процессе лазерного охлаждения, была измерена зависимость интенсивности флуоресценции одиночного иона от величины отстройки охлаждающего излучения (рисунок 4.2). Флуоресценция иона регистрировалась при помощи EMCCD камеры. Интенсивность света в точке локализации иона соответствовала интенсивности насыщения. Вблизи резонансной частоты пере-

хода температура ионов, согласно теории доплеровского охлаждения, начинает резко расти, что приводит к делокализации иона, а при переходе через резонанс в синюю область — к потере иона из ловушки ввиду его сильного нагрева излучением с синей отстройкой. На рисунке 4.2 делокализация и потеря иона наблюдается как резкое уменьшение сигнала флуоресценции.

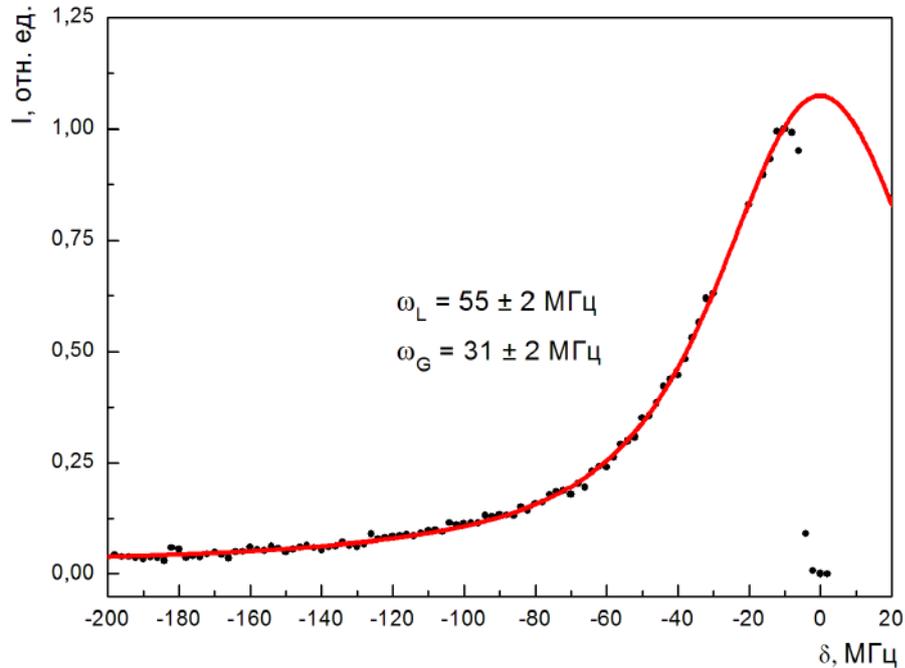


Рисунок 4.2 — Интенсивность флуоресценции одиночного иона при сканировании отстройки частоты охлаждающего излучения из красной области в синюю. Резкий спад интенсивности вблизи резонанса соответствует делокализации иона из-за нагрева. Красной линией представлен результат аппроксимации данных профилем Фойгта. Ширина лоренцевской части контура составила 55 МГц, а гауссовой — 31 МГц.

Полученные данные хорошо аппроксимируются фойгтовским профилем. Ширина его лоренцевской составляющей $w_L = 55 \pm 2$ МГц, гауссовой — $w_G = 31 \pm 2$ МГц. Ширина лоренцевской составляющей приблизительно соответствует уширенной мощностью линии ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ магния. Наличие гауссовой составляющей связано с эффектом Доплера первого порядка и обусловлено тем, что при допустимых в нашей ловушке аксиальных частотах режим Лэмба-Дике методом доплеровского охлаждения не достигается. Полученное значение гауссовой ширины соответствует доплеровскому уширению при температуре $T = 40$ мК. Стоит отметить, что значение температуры, полученное таким методом, является оценочным, так как при сканировании частоты излучения меняются величина доплеровского уширения линии и температура. Исходя из большого количества экспериментов при разных параметрах охлаждения и учитывая, что полученная данным методом оценка температуры является оценкой сверху, можно утверждать, что в нашем эксперименте температура ионов составляет менее 80 мК, а при оптимизации параметров — менее 40 мК.

Проводились аналогичные эксперименты по захвату и доплеровскому охлаждению ионов $^{26}\text{Mg}^+$. Для ионов $^{26}\text{Mg}^+$ полученные результаты согласуются с таковыми для ионов $^{24}\text{Mg}^+$.

4.2 Исследование секулярного спектра простых ионных кристаллов

Для исследования колебательных частот в потенциале ловушки, лазерное излучение было замодулировано по амплитуде с помощью акусто-оптического модулятора. Измерение частоты колебаний ионов осуществлялось сканированием частоты модуляции (пучки 1 и 2 на рисунке 3.2). В тот момент, когда частота модуляции совпадает с частотой колебаний иона, наблюдаемая при помощи камеры амплитуда этих колебаний возрастает. На рисунке 4.3 приведены изображения иона в случаях, когда частота модуляции отстроена далеко от собственных секулярных частот одиночного иона (а), совпадает с аксиальной частотой движения (б) и совпадает с радиальной частотой движения иона (в). Ширина аксиального и радиального резонансов составляет несколько кГц.

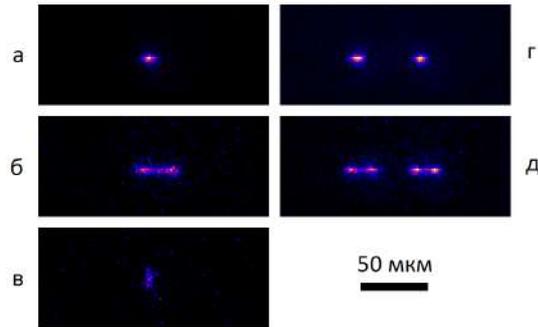


Рисунок 4.3 — Изображения элементарных кристаллов ионов $^{24}\text{Mg}^+$, полученные при помощи камеры при сканировании частоты модуляции охлаждающего излучения. Слева изображение одиночного иона при различных частотах модуляции: (а) частота модуляции охлаждающего излучения далека от резонанса; (б) частота модуляции совпадает с частотой аксиальных колебаний; (в) частота модуляции совпадает с частотой радиальных колебаний. Справа изображения пары ионов в момент, когда частота модуляции не совпадает с их собственными модами колебаний (г) и когда она совпадает с частотой аксиальных колебаний (д). Масштаб изображений одинаков.

Аксиальная частота колебаний зависит от напряжения на внутренних кольцевых электродах U_{DC} . Для одиночного иона $^{24}\text{Mg}^+$ при напряжении $U_{DC} = 500$ В аксиальная частота составила $\omega_z = 2\pi \times (51.5 \pm 1.0)$ кГц.

Радиальные частоты колебаний зависят как от напряжения на кольцевых электродах U_{DC} , так и от амплитуды потенциала на цилиндрических электродах ловушки V_0 . В соответствии с теорией, радиальная частота должна линейно зависеть от ам-

плитуды радиочастотного удерживающего поля при фиксированном напряжении на внутренних электродах [58]. Экспериментальная зависимость радиальных частот от V_0 , при $U_{DC} = 500$ В приведена на рисунке 4.4, где по вертикальной оси отложено напряжение пропорциональное V_0 , измеренное при помощи делителя. Сравнение данного измерения с теорией позволяет произвести точную калибровку делителя, что дает возможность с высокой точностью контролировать секулярные частоты ионов и глубину ловушки.

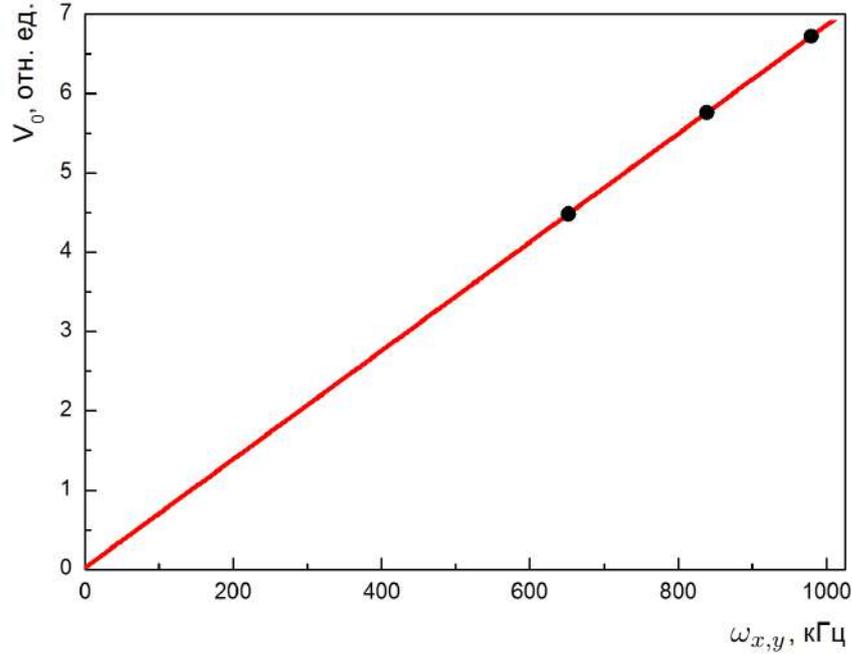


Рисунок 4.4 — Зависимость радиальной секулярной частоты одиночного иона магния $^{24}\text{Mg}^+$ в ловушке от амплитуды радиочастотного удерживающего поля. Красная линия — аппроксимации данных линейной зависимостью.

Также были измерены аксиальные колебательные частоты кристалла, состоящего из двух ионов $^{24}\text{Mg}^+$ (рисунок 4.3 (г) и (д)). В соответствии с теорией, кристалл из двух ионов должен обладать двумя собственными частотами колебаний: синфазной $\omega_z^i = \omega_z$ и противофазной $\omega_z^o = \sqrt{3}\omega_z$, где ω_z — аксиальная частота колебаний одиночного иона. Измеренные значения частот составили $\omega_z^i = 2\pi \times (51.5 \pm 1.0)$ кГц и $\omega_z^o = 2\pi \times (91.0 \pm 1.0)$ кГц, что подтверждает теоретические ожидания с точностью до 2%.

Представленный цикл экспериментов по исследованию собственных колебательных частот одиночных ионов и небольших ионных кристаллов важен для планируемых экспериментов по охлаждению ионов $^{25}\text{Mg}^+$ до основного колебательного состояния на боковых колебательных частотах [12] и перепутыванию состояний нескольких ионов через их общие колебательные моды. Линейная зависимость (рисунок 4.4) указывает на высокую гармоничность псевдопотенциала ловушки в радиальном направлении, что, в свою очередь, обеспечивает низкую скорость нагрева ионов и возможность глубокого охлаждения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Было реализовано лазерное охлаждение и исследован колебательный спектр цепочки ионов $^{24}\text{Mg}^+$ как подготовительный этап по охлаждению ионов $^{25}\text{Mg}^+$, переход между сверхтонкими подуровнями основного состояния которого планируется использовать в качестве кубита в квантово-логическом интерфейсе, а также в задачах прецизионной спектроскопии в стандартах частоты.

Произведено численное моделирование положений равновесия и собственных мод колебаний ионов магния $^{24}\text{Mg}^+$, захваченных в ловушку Пауля с параметрами, соответствующими экспериментальным условиям. Рассмотрен случай гармонического потенциала и случай с добавлением к потенциалу биквадратичного члена.

Создана установка для лазерного охлаждения ионов магния, произведено охлаждение и оценена достигнутая температура, которая составила менее 40 мК. Также исследован спектр секулярных частот простых ионных кристаллов: одиночного и пары ионов $^{24}\text{Mg}^+$. Полученные результаты согласуются с результатами численного моделирования. Продемонстрирована возможность адресного возбуждения мод, что является важным шагом для охлаждения ионов до основного колебательного состояния и реализации метода квантовой логики на ионах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. W. A. Marrison, "The crystal clock" . Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 16, 496 (1930).
2. A. S. Trupin, S. Andrew, F. Mark, M. John Wahr, "Effect of melting glaciers on the Earth's rotation and gravitational field: 1965–1984" . Geophysical Journal International 108, 1 (1992).
3. N. F. Ramsey, "History of atomic clocks" . J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. 88, 301 (1983).
4. The 13th General Conference on Weights and Measures (CGPM) (1967).
5. H. J. Metcalf and P. van der Straten, "Laser cooling and trapping" . Springer, New York (1999).
6. W. D. Phillips, "Nobel lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms" . Rev. Mod. Phys. 70, 721 (1998).
7. A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips, "Ramsey resonance in a Zacharias fountain" . Europhys. Lett. 16, 165 (1991).
8. R. J. Hendricks et al, "Design and performance of Cs fountain frequency standards constructed for metrology laboratories" . Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium IEEE (2017).
9. N. Huntemann et al, "Comparisons of single-ion Yb⁺ and Cs fountain clocks for searches for new physics" . Bulletin of the American Physical Society (2018).
10. A. Bauch, "Caesium atomic clocks: function, performance and applications" . Measurement Science and Technology 14, 1159 (2003).
11. T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, "Optical frequency metrology" . Nature 416, 233 (2002).
12. C. W. Chou, D. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, T. Rosenband, "Frequency Comparison of Two High-Accuracy Al⁺ Optical Clocks" . Phys. Rev. Lett., 104, 070802 (2010).
13. T. L. Nicholson et al, "Systematic evaluation of an atomic clock at 2×10^{-18} total uncertainty" . Nature communications 6, 6896 (2015).
14. W. H. Oskay, S. A. Diddams, E. A. Donley, T. M. Fortier, T. P. Heavner, L. Hollberg, W. M. Itano, S. R. Jefferts, M. J. Delaney, K. Kim, F. Levi, T. E. Parker, and J. C. Bergquist, "Single-atom optical clock with high accuracy" . Phys. Rev. Lett. 97, 020801 (2006).
15. T. Rosenband, P. O. Schmidt, D. B. Hume, W. M. Itano, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, K. Kim, S. A. Diddams, J. C. J. Koelemeij, J. C. Bergquist, D. J. Wineland, "Observation of the $^1S_0 \longleftrightarrow ^3P_0$ Clock Transition in ^{27}Al " . PRL, 98, 220801 (2007).
16. T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Bruschi, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann,

- N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist, "Frequency ratio of Al^+ and Hg^+ single-ion optical clocks; Metrology at the 17th decimal place". *Science* 319, 1808 (2008).
17. N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, and E. Peik. *Phys. Rev. Lett.* 116, 63001 (2016).
 18. J. von Zanthier, T. Becker, M. Eichenseer, A. Y. Nevsky, C. Schwedes, E. Peik, H. Walther, R. Holzwarth, J. Reichert, T. Udem, T. W. Hänsch, P. V. Pokasov, M. N. Skvortsov, and S. N. Bagayev, "Absolute frequency measurement of the In^+ clock transition with a mode-locked laser". *Opt. Lett.* 25, 1729 (2000).
 19. G. P. Barwood, G. Huang, S. A. King, H. A. Klein, and P. J. Gill. *Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* 48, (2015).
 20. M. Kajita, Y. Li, K. Matsubara, K. Hayasaka, and M. Hosokawa, "Prospect of optical frequency standard based on a $^{43}\text{Ca}^+$ ion". *Phys. Rev. A* 72, 3404 (2005).
 21. K. Arnold et al, "Progress towards a Lutetium-ion optical clock". APS Division of Atomic, Molecular and Optical Physics Meeting Abstracts, (2017).
 22. V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, "Highly charged ions for atomic clocks and search for variation of the fine structure constant". *TCP 2014*, 79-86 (2017).
 23. Y. Yu, B. K. Sahoo, "Selected highly charged ions as prospective candidates for optical clocks with quality factors larger than 10^{15} ". *Physical Review A* 97, 4 (2018).
 24. W. Paul and H. Steinwedel, "Ein neues Massenspektrometer ohne Magnetfeld". *Zeitschrift f. Naturforschung A* 8, 448 (1953).
 25. R. F. Wuerker, H. Shelton, and R. V. Langmuir, "Electrodynamic containment of charged particles". *Journal of Applied Physics* 30, 342 (1959).
 26. W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. E. Toschek, and H. Dehmelt, "Localized visible Ba^+ mono-ion oscillator". *Phys. Rev. A* 22, 1137 (1980).
 27. A. A. Madej and J. E. Bernard, "Frequency measurement and control", chapter "Single-ion optical frequency standards and measurement of their absolute optical frequency". Pages 153–195, Springer, Berlin (2001).
 28. D. J. Wineland and W. M. Itano, "Laser cooling of atoms". *Phys. Rev. A* 21, 1521 (1979).
 29. R. H. Dicke, "The effect of collisions upon the Doppler width of spectral lines". *Phys. Rev.*, 89, 472–473 (1953).
 30. D. J. Wineland, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and R. E. Drullinger, "Double-resonance and optical-pumping experiments on electromagnetically confined, laser-cooled ions". *Opt. Lett.* 5, 254 (1980).
 31. J. C. Bergquist, R. G. Hulet, W. M. Itano, and D. J. Wineland, "Observation of quantum jumps in a single atom". *Phys. Rev. Lett.* 57, 1699 (1986).
 32. H. G. Dehmelt, "Mono-ion oscillator as potential ultimate laser frequency standard". *IEEE Trans. Instr. Meas.* 31, 83 (1982).

33. S. A. Diddams, J. C. Bergquist, S. R. Jefferts, and C. W. Oates, "Standards of Time and Frequency at the Outset of the 21st Century" . *Science* 306, 1318 (2004).
34. D. W. Allan, N. Ashby, and C. Hodge, "The science of timekeeping" . Hewlett-Packard Application Note, 1289 (1997).
35. R. F. C. Vessot, M. W. Levine, E. M. Mattison, E. L. Blomberg, T. E. Hoffman, G. U. Nystrom, B. F. Farrel, R. Decher, P. B. Eby, C. R. Baugher, J. W. Watts, D. L. Teuber, and F. D. Wills, "Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser" . *Phys. Rev. Lett.* 45, 2081 (1980).
36. J. P. Turneure, C. M. Will, B. F. Farrell, E. M. Mattison, and R. F. C. Vessot, "Test of the principle of equivalence by a null gravitational red-shift experiment" . *Phys. Rev. D* 27, 1705 (1983).
37. S. Schiller, A. Görlitz, A. Nevsky, J. C. J. Koelemeij, A. Wicht, P. Gill, H. A. Klein, H. S. Margolis, G. Miletì, U. Sterr, F. Riehle, E. Peik, C. Tamm, W. Ertmer, E. Rasel, V. Klein, C. Salomon, G. M. Tino, P. Lemonde, R. Holzwarth, and T. Hänsch, "Optical clocks in space" . *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* 166, 300 (2007).
38. H. Marion, F. P. D. Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grünert, C. Mandache, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Laurent, and A. Clairon, "Search for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks" . *Phys. Rev. Lett.* 90, 150801 (2003).
39. S. Bize, S. Diddams, U. Tanaka, C. Tanner, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. Parker, T. Heavner, S. R. Jefferts, L. Hollberg, W. Itano, and J. Bergquist, "Testing the stability of fundamental constants with the ¹⁹⁹Hg⁺ single-ion optical clock" . *Phys. Rev. Lett.* 90, 150802 (2003).
40. E. Peik, B. Lipphardt, H. Schnatz, T. Schneider, C. Tamm, and S. G. Karshenboim, "Limit on the present temporal variation of the fine structure constant" . *Phys. Rev. Lett.* 93, 170801 (2004).
41. S. G. Karshenboim, "Fundamental physical constants: Looking from different angles" . *Can. J. of Phys.* 83, 767 (2005).
42. F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, M. Riebe, S. Gulde, G. P. T. Lancaster, T. Deutschle, C. Becher, C. F. Roos, J. Eschner, and R. Blatt. *Nature* 422, 408–11 (2003).
43. Y. Wang, M. Um, J. Zhang, S. An, M. Lyu, J. N. Zhang, L. M. Duan, D. Yum, and K. Kim. *Nat. Photonics* 11, 646–50 (2017).
44. J. P. Gaebler, T. R. Tan, Y. Lin, Y. Wan, R. Bowler, A. C. Keith, S. Glancy, K. Coakley, E. Knill, D. Leibfried, and D. J. Wineland. *Phys. Rev. Lett.* 117, 1–5 (2016).
45. M. J. Saffman. *Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* 49, (2016).
46. J. Zhang, G. Pagano, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A. V Gorshkov, Z.-X. Gong, and C. Monroe. *Nature* 551, 601 (2017).
47. M. F. Brandl, M. W. Van Mourik, L. Postler, A. Nolf, K. Lakhmanskiy, R. R. Paiva, S. Möller, N. Daniilidis H., Häffner, V. Kaushal, T. Ruster, C. Warschburger, H.

- Kaufmann, U. G. Poschinger, F. Schmidt-Kaler, P. Schindler, T. Monz, and R. Blatt. *Rev. Sci. Instrum.* 87, (2016).
48. M. D. Barrett et al, "Sympathetic cooling of ${}^9\text{Be}^+$ and ${}^{24}\text{Mg}^+$ for quantum logic". *Phys. Rev. A* 68, 042302 (2003).
 49. P. O. Schmidt, T. Rosenband, C. Langer, W. M. Itano, J. C. Bergquist, and D. J. Wineland. *Science* 309, 749–52 (2005).
 50. B. Hemmerling, F. Gebert, Y. Wan, D. Nigg, I. V Sherstov, and P. O. Schmidt. *Appl. Phys. B* 104, 583–90 (2011).
 51. V. Batteiger, S. Knünz, M. Herrmann, G. Saathoff, H. A. Schüssler, B. Bernhardt, T. Wilken, R. Holzwarth, T. W. Hänsch, and T. Udem. *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.* 80, 1–8 (2009).
 52. H. G. Dehmelt and F. G. Major, "Orientation of $(\text{He}^4)^+$ ions by exchange collisions with cesium atoms". *Phys. Rev. Lett* 8, 213 (1962).
 53. C. Zipkes, S. Palzer, C. Sias, and M. Köhl, "A trapped single ion inside a Bose-Einstein condensate". *Nature* 464, 388 (2010).
 54. J. J. Bollinger, D. J. Heinzen, W. M. Itano, S. L. Gilbert, and D. J. Wineland, "A 303-MHz Frequency Standard Based on Trapped Be^+ Ions". *IEEE T. Instrum. Meas.* 40, 126 (1991).
 55. D. J. Wineland and D. Leibfried, "Quantum information processing and metrology with trapped ions". *Laser Phys. Lett.* 8, 175 (2011).
 56. P. Schindler, D. Nigg, T. Monz, J. T. Barreiro, E. Martinez, S. X. Wang, S. Quint, M. F. Brandl, V. Nebendahl, C. F. Roos, M. Chwalla, M. Hennrich, and R. Blatt, "A quantum information processor with trapped ions". *New J. Phys.* 15, 123012 (2013).
 57. D. Kielpinski, C. Monroe, and D. J. Wineland, "Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer". *Nature* 417, 709 (2002).
 58. D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, D. Wineland. "Quantum dynamics of single trapped ions". *Reviews of modern physics* 75, 297 (2003).
 59. J. D. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland, "Minimization of ion micromotion in a Paul trap". *J. Appl. Phys.* 83, 5025 (1998).
 60. M. Brownnutt, M. Kumph, P. Rabl, and R. Blatt, "Ion-trap measurement of electric-field noise near surfaces". *Rev. Mod. Phys.* 87, 1419 (2015).
 61. C. Roos, "Controlling the quantum state of trapped ions". PhD thesis, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, 2000.
 62. S. T. Gulde, "Experimental Realization of Quantum Gates and the Deutsch-Jozsa Algorithm with Trapped ${}^{40}\text{Ca}^+$ Ions". PhD thesis, Leopold-FranzensUniversität Innsbruck, 2003.
 63. J. P. Home, D. Hanneke, J. D. Jost, D. Leibfried, and D. J. Wineland, "Normal modes of trapped ions in the presence of anharmonic trap potentials". *New J. Phys.* 13, 073026 (2011).

64. G.-D. Lin, S.-L. Zhu, R. Islam, K. Kim, M.-S. Chang, S. Korenblit, C. Monroe, and L.-M. Duan, "Large-scale quantum computation in an anharmonic linear ion trap" . *Europhys. Lett.* 86, 60004 (2009).
65. A. Steane, "The ion trap quantum information processor" . *Appl. Phys. B* 64, 623 (1997).
66. D. F. V. James, "Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation" . *Appl. Phys. B* 66, 181 (1998).
67. M. Harlander, R. Lechner, M. Brownnutt, R. Blatt, and W. Hänsel, "Trapped-ion antennae for the transmission of quantum information" . *Nature* 471, 200 (2011).
68. J. Eschner, G. Morigi, F. Schmidt-Kaler, and R. Blatt, "Laser cooling of trapped ions" . *J. Opt. Soc. Am. B* 20, 1003 (2003).
69. G. J. Milburn, S. Schneider, and D. F. James, "Ion trap quantum computing with warm ions" . *Fortschr. Phys.* 48, 801 (2000).
70. J. I. Cirac and P. Zoller, "Quantum Computations with Cold Trapped Ions" . *Phys. Rev. Lett.* 74, 4091 (1995).
71. G. Kirchmair, J. Benhelm, F. Zähringer, R. Gerritsma, C. F. Roos, and R. Blatt, "Deterministic entanglement of ions in thermal states of motion" . *New J. Phys.* 11, 1 (2009).
72. C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, "Quantenmechanik 1" . Berlin: De Gruyter (1999).
73. D. J. Wineland, R. E. Drullinger, F. L. Walls. "Radiation-pressure cooling of bound resonant absorbers" . *Phys. Rev. Lett.* 40, 1639–1642 (1978).
74. S. Stenholm, "The semiclassical theory of laser cooling" . *Rev. Mod. Phys.* 58, 699 (1986).
75. J. I. Cirac, L. J. Garay, R. Blatt, A. S. Parkins, P. Zoller. "Laser cooling of trapped ions: The influence of micromotion" . *Phys. Rev. A* 49, 421 (1994).
76. D. Reiß, A. Lindner, and R. Blatt, "Cooling of trapped multilevel ions: A numerical analysis" . *Phys. Rev. A* 54, 5133 (1996).
77. D. Reiß, K. Abich, W. Neuhauser, C. Wunderlich, and P. E. Toschek, "Raman cooling and heating of two trapped Ba^+ ions" . *Phys. Rev. A* 65, 053401 (2002).
78. S. E. Harris, "Electromagnetically Induced Transparency" . *Phys. Today* 50, 36 (1997).
79. H. R. Gray, R. M. Whitley, and C. R. Stroud Jr., "Coherent trapping of atomic populations" . *Opt. Lett.* 3, 218 (1978).
80. B. Lounis and C. Cohen-Tannoudji, "Coherent population trapping and Fano profiles" . *J. Phys. II* 2, 579 (1992).
81. D. R. Denison, "Operating Parameters of a Quadrupole in a Grounded Cylindrical Housing" . *Journal of Vacuum Science and Technology* 8, 1, 266 (1971).
82. S. Knünz, "A trapped-ion phonon laser and the detection of ultra-weak forces" . Ph.D. thesis, Ludwig–Maximilians–Universität, München (2011).

83. T. V. Shpakovsky, I. V. Zalivako, I. A. Semerikov, A. A. Golovizin, A. S. Borisenko, K. Y. Khabarova, V. N. Sorokin, N. N. Kolachevsky, "A Compact Second-Harmonic Generator for Tasks of Precision Spectroscopy Within the Range of 240–600 nm". *Journal of Russian Laser Research* 37, 5, 440–447 (2016).
84. T. W. Hänsch, B. Couillaud, "Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity". *Opt. Commun.* 35, 441 (1980).
85. В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, "Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения". Москва: "Наука" (1990).