

---

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау  
Кафедра квантовой радиофизики

**Направление подготовки / специальность:** 03.04.01 Прикладные математика и физика

**Направленность (профиль) подготовки:** Общая и прикладная физика

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДВУХФОТОННЫХ ПЕРЕХОДОВ ДЛЯ  
МАНИПУЛИРОВАНИЯ КУДИТНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ В  
ИОНЕ ИТТЕРБИЯ-171**

(магистерская диссертация)

**Студент:**

Смирнов Василий Николаевич

---

*(подпись студента)*

**Научный руководитель:**

Семериков Илья Александрович,  
канд. физ.-мат. наук

---

*(подпись научного руководителя)*

**Консультант (при наличии):**

---

*(подпись консультанта)*

Москва 2024

---

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>1 Захват и подготовка ионов <math>^{171}\text{Yb}^+</math></b> . . . . .	<b>6</b>
1.1 Ион $^{171}\text{Yb}^+$ . . . . .	6
1.2 Фотоионизация ионов $^{171}\text{Yb}^+$ . . . . .	8
1.3 Устройство линейной ловушки Пауля . . . . .	8
1.4 Нормальные моды колебаний кристалла . . . . .	9
1.5 Доплеровское охлаждение . . . . .	11
1.6 Охлаждение на боковых колебательных частотах . . . . .	13
1.7 Подготовка начального состояния . . . . .	14
<b>2 Перепутывающая операция на квадрупольном переходе</b> . . . . .	<b>16</b>
2.1 MS-гейт . . . . .	16
2.2 Шейпинг импульсов . . . . .	19
2.3 Квадрупольный переход в ионе $^{171}\text{Yb}^+$ . . . . .	22
2.4 Двухкубитная операция на квадрупольном переходе . . . . .	24
2.5 Измерение направления магнитного поля . . . . .	26
2.6 Моделирование двухкубитной операции . . . . .	30
<b>3 Непрерывный динамический декаплинг</b> . . . . .	<b>33</b>
3.1 Общие принципы . . . . .	33
3.2 Декаплинг в ионе $^{171}\text{Yb}^+$ . . . . .	35
3.3 Одночастотный декаплинг . . . . .	36
3.4 Двухчастотный декаплинг . . . . .	37
3.5 Манипулирование кудитным состоянием . . . . .	38
<b>4 Экспериментальная установка</b> . . . . .	<b>42</b>
4.1 Ионная ловушка . . . . .	42
4.2 Система охлаждения, ионизации и перекачки . . . . .	43
4.3 Система адресации . . . . .	44
4.4 Система стабилизации лазера адресации . . . . .	44
4.5 Система считывания . . . . .	46
<b>5 Эксперимент по динамическому декаплингу</b> . . . . .	<b>47</b>

5.1 Калибровка экспериментальной установки . . . . .	49
5.2 Результаты эксперимента . . . . .	50
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>53</b>

Квантовые вычисления являются одним из ведущих направлений теоретической и экспериментальной физики [1]. Интерес к тематике вызван способностью квантовых компьютеров значительно уменьшать время решения задач определенного типа, в сравнении с классическими компьютерами [2, 3, 4]. Единицей информации в квантовой системе, в аналогии с классическими вычислениями, служит кубит. Система из  $N$  кубитов порождает пространство из  $2^N$  базисных состояний. Под воздействием на систему оператора эволюции состояния квантовой системы эволюционируют одновременно. В связи с этим, данное явление получило название квантовый параллелизм [5]. Если оператор эволюции поставить в соответствие некоторой функции, получается, что ее действие на все возможные входные значения вычисляется одновременно за одну операцию. Дэвид Дойч и Ричард Йожа в 1992 году продемонстрировали задачу и квантовый алгоритм для ее решения [6], использующий данное явление и экспоненциально превышающий по скорости вычисления любой возможный классический метод. Это дало сильный толчок к попыткам экспериментальной реализации квантового компьютера. Был сформулирован ряд требований, т.н. критериев ДиВинченцо [7], чтобы квантовая система могла стать платформой для практической реализации универсального квантового вычислителя.

- Наличие масштабируемой квантовой системы с четко выделенной квантовой ячейкой информации — кубитом.
- Возможность инициализации начального состояния.
- Большое время когерентности в сравнении с временем гейта (единичной операции)
- Наличие универсального набора квантовых гейтов
- Возможность измерения состояния системы по окончании алгоритма

На сегодняшний день существует ряд платформ, удовлетворяющих всем упомянутым требованиям: квантовые точки в твердом теле [8, 9], джозефсоновские контакты [10, 11], фотонные схемы [12, 13], нейтральные атомы [14, 15, 16] и ионы [17, 18, 19]. Среди них ионная платформа является наиболее зрелой. Методики удержания ионов и манипуляции с их квантовым состоянием развиваются уже более 50 лет с момента создания радиочастотной ловушки Пауля для удержания заряженных частиц [20]. Ионная платформа является лидером по отношению времени когерентности системы к времени элементарной операции, а также достоверностей подготовки начального состояния и считывания [21, 22, 23]. Изменение состояния одиночного иона осуществляется

импульсом электромагнитного поля, что соответствует некоторой однокубитной операции. Для двухкубитной операции требуется наличие спин-зависимого взаимодействия, которое приведет к перепутыванию состояний двух частиц [24]. В данном контексте со спином ассоциируется кубитное состояние, в котором находится ион. В ионной платформе кулоновское взаимодействие приводит к формированию нормальных мод колебаний ионной цепочки в ловушке, которые являются общими для всех частиц одновременно [25]. Таким образом, при возбуждении той или иной колебательной моды в процессе поглощения одним из ионов кванта света, остальные ионы получают информацию о данном событии. Этот эффект был использован для создания первой в мире перепутывающей двухкубитной операции в ионной платформе [26].

В качестве нижнего кубитного состояния, чаще всего, выбирается основное электронное состояние. Однако иногда выгодно отклоняться от этого правила [27]. В качестве верхнего состояния можно выбрать либо сверхтонкий подуровень основного терма - радиочастотный кубит [28], либо долгоживущее состояние, возбуждаемое квадрупольным или октупольным переходом - оптический кубит [29].

В то время, как для оптического кубита верхнее состояние имеет хотя и долгое, порядка десятков миллисекунд, но конечное время жизни, и накладывает ограничение на количество операций в одном алгоритме и их достоверность, радиочастотный кубит лишен подобного недостатка.

Одним из необходимых требований для создания масштабируемой архитектуры является индивидуальная адресация кубитов. Для кубита радиочастотного типа широко используется метод стимулированного рамановского (двухфотонного) перехода вблизи некоторого резонанса атомной системы [30, 27]. Альтернативный подход был продемонстрирован для нейтральных частиц, захваченных в оптическую решетку, где индивидуальная адресация достигалась путем создания светового сдвига на интересующем атоме, а переход между состояниями кубита непосредственно управлялся микроволновой антенной [31]. Хотя излучение антенны имеет широкую диаграмму направленности, возбуждение переходов в остальных частицах не происходило, поскольку частота излучения была подобрана таким образом, что резонанс достигался для частицы со смещенными светом энергетическими уровнями. Стоит отметить, что скорости переходов для этого метода на порядок меньше, чем для рамановской схемы.

Оба метода предполагают взаимодействие лазерного поля с одиночными ионами. Для реализации индивидуального доступа к частицам в экспериментах широко используются многоканальные акустооптические модуляторы (АОМ) [32]. Они накладывают

некоторые ограничения на масштаб системы, так как на данный момент доступные устройства предлагают максимум 32 канала [33]. При адресации частиц в линейных ловушках Пауля возникает дополнительное ограничение. Дело в том, что выходные окна многоканального АОМа расположены эквидистантно, в то время как ионы располагаются дальше друг от друга ближе к краю цепочки. Данный эффект ярко выражен в цепочках из более чем 20 ионов, а также при слабом удерживающем потенциале вдоль оси ловушки.

Вышеперечисленные сложности можно преодолеть, если использовать акустооптические deflectоры (АОДы) вместо многоканальных АОМов. Эти устройства позволяют отклонять пучки на произвольный угол в пределах некоторого предельного значения  $\Delta\theta$ , что обеспечивают одновременный доступ к максимальному числу части в цепочке  $N \sim d\Delta\theta$ , где  $d$  — диаметр падающего пучка [ ]. Для АОДов с кристаллом из соединения  $\text{TeO}_2$  с рабочим диапазоном длин волн  $> 400$  нм  $\Delta\theta \sim 50$  мрад. Для ультрафиолетового диапазона используются АОДы с кристаллом из плавленого кварца, но их угол отклонения значительно меньше  $\Delta\theta \sim 5$  мрад.

На данный момент адресация радиочастотных кубитов с использованием двухфотонной схемы в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  показана только на дипольном переходе  $S \rightarrow P$  на длине волны 369 нм с отстройкой 14 нм от атомного резонанса [30]. В данной работе предлагается схема адресации ионов посредством квадрупольного перехода  $S \rightarrow D$  на длине волны 435 нм. Произведена симуляция двухкубитной операции с использованием данного перехода, а также описаны способы повышения ее достоверности. Такая схема требует значительно меньшей отстройки от резонанса атомного перехода  $\sim 10$  МГц и, следовательно, меньшей мощности лазера при сравнимых временах квантовых операций. Более того, такая отстройка может быть достигнута путем модуляции лазерного поля комбинацией ЭОМа и АОМа, что позволяет использовать одну и ту же оптическую систему с одним лазером для адресации как радиочастотного, так и оптического кубитов. Также стоит отметить, что в данной области спектра, в сравнении с ультрафиолетовой, доступно большее число оптических элементов, их стоимость ниже, а степень деградации вследствие взаимодействия с излучением значительно меньше [34, 35]. Использование более коротковолнового излучения позволяют уменьшить эффект зарядки электродов ловушки, что положительно сказывается на темпах нагрева иона [36]. Однако, наиболее важным достоинством продемонстрированного метода является его универсальность для большинства ионов, используемых в квантовых вычислениях, таких как  $\text{Ca}^+$ ,  $\text{Ba}^+$ ,  $\text{Sr}^+$ ,  $\text{Yb}^+$  поскольку длина волны для их квадрупольных переходов

оказывается более 400 нм. В таком случае, подобная схема адресации частиц в совокупности с возможностью использования АОДов открывает путь к масштабируемым квантовым вычислениям.

Другим популярным подходом к масштабированию квантового компьютера является использование кудитов - подсистем, состоящих из более чем двух энергетических уровней. Этот способ естественным образом может быть применен в ионной платформе, благодаря наличию зеемановского расщепления. Все операции, используемые в кубитах без изменений перекладываются на кудиты при слабом изменении частоты адресующего лазера (характерные расстояния между компонентами зеемановской структуры составляют  $\sim 10$  МГц). Однако, по своей природе, зеемановские уровни сильно взаимодействуют с магнитным полем. Поэтому паразитные шумы магнитного поля накладывают ограничения на время когерентности, являющееся одним из важных параметров системы [37]. Для защиты кудитов от внешнего воздействия можно использовать метод динамического декаплинга [38]. Он заключается в создании суперпозиционных состояний из магниточувствительных уровней таким образом, что их средние энергии не зависят от флуктуаций магнитного поля.

В данной работе продемонстрирован метод непрерывного динамического декаплинга в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  с использованием двухфотонных радиочастотных переходов. В качестве исследуемых уровней были выбраны магниточувствительные зеемановские компоненты в оптическом квантаре на длине волны 435 нм. Исходя из экспериментальных данных, время когерентности для них возросло почти на порядок и составило более 9 мс [38].

## 1 Захват и подготовка ионов $^{171}\text{Yb}^+$

### 1.1 Ион $^{171}\text{Yb}^+$

Ион иттербия является частым выбором в современных прототипах квантовых вычислителей благодаря богатой структуре уровней в совокупности с удобными длинами волн оптических переходов. Дипольный переход  $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$  с резонансной длиной волны 369 нм может быть использован для Доплеровского охлаждения, подготовки начального состояния  $^2S_{1/2}(F=0)$ , а также считывания квантового состояния иона. Широкий переход на длине волны 935 нм  $^2D_{3/2} \leftrightarrow ^3[3/2]_{1/2}$  является вспомогательным, и позволяет депопулировать долгоживущий терм  $^2D_{3/2}$ . В ионе возможно ре-

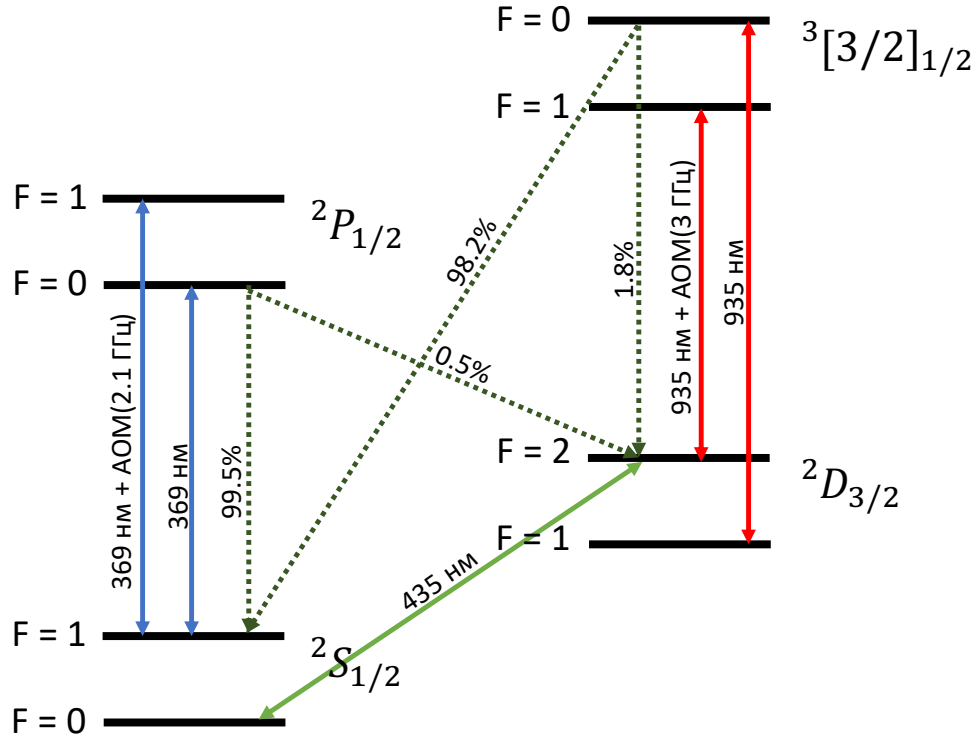


Рис. 1: Часть энергетической структуры иона  $^{171}\text{Yb}^+$  непосредственно относящаяся к данной работе. Непрерывные стрелки отражают лазерные источники используемые для захвата, охлаждения и адресации ионов. Пунктирными линиями показаны диссипативные процессы. Значения в процентах определяют усредненные вероятности распадов между термами, а не конкретными компонентами сверхтонкой структуры.

лизовать несколько типов оптических кубитов, например на квадрупольном переходе  $^2S_{1/2}(F=0) \leftrightarrow ^2D_{3/2}(F=0)$  [29]. Кроме того, ненулевой спин ядра приводит к появлению сверхтонкого расщепления, являющегося основой для радиочастотного кубита [30]. Последний представляет особый интерес, поскольку обладает рекордным временем когерентности [21]. Кубит на сверхтонкой структуре можно адресовать микроволновым полем или в рамановской схеме. В свою очередь, рамановскую схему можно организовать вблизи дипольного перехода с отстройкой  $\sim 10$  ТГц (для избежания спонтанных распадов) и на квадрупольном переходе со значительно меньшей величиной отстройки. Перед проведением любых манипуляций с квантовым состоянием ионов, их необходимо локализовать в ограниченной области пространства, а также охладить и подготовить в некотором заранее определенном состоянии. В следующих секциях главы обсуждаются основные шаги.



## 1.2 Фотоионизация ионов $^{171}\text{Yb}^+$

Поток нейтральных атомов в направлении центра ловушки создается атомной пушкой. Ее конструкция представляет собой тонкую проводящую трубку, заполненную кристаллическим иттербием. Пропускание тока величиной в 3 А приводит к резистивному разогреву трубки и ее содержимого и испусканию плотного потока нейтральных атомов. Интересующий изотоп составляет 14.28% от общей массы. Отрыв электрона от атома осуществляется в процессе двухфотонного поглощения. В области центра ловушки скрещиваются лазерные пучки с длинами волн 399 нм и 369 нм. Первый возбуждает переход  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ . Перевести электрон из состояния  $^1P_1$  в континуум может любой фотон с длиной волны менее 394 нм. Чтобы не перегружать установку для этой задачи используется излучение охлаждающего лазера. Резонансные частоты переходов в различных изотопах отличаются на несколько ГГц. Стабилизация лазеров по волномеру до уровня  $\sim 2$  МГц позволяет селективно ионизовывать интересующий изотоп.

## 1.3 Устройство линейной ловушки Пауля

Заряженные частицы невозможно удерживать в статической конфигурации электрических и магнитных полей, что следует из теоремы Ирншоу [39]. Для удержания ионов было предложено использовать переменное поле высокой частоты. Чтобы обеспечить линейную зависимость силы, действующей на частицу, от расстояния до центра ловушки необходимо создать квадратичный потенциал. В общем виде он может быть записан как

$$\Phi = \text{const} \cdot (ax^2 + by^2 + cz^2) \quad (1)$$

Для пространства, свободного от зарядов, с использованием уравнения Лапласа  $\Delta\Phi = 0$  получается ограничение на коэффициенты:

$$a + b + c = 0 \quad (2)$$

Конфигурация с  $a = 1, b = -1, c = 0$  называется линейной.

Современные дизайны радиочастотных ловушек используют плоские тонкие электроды в форме лезвий (Рис.2). Такая конфигурация позволяет обеспечить высокие секюлярные частоты, высокую однородность поля в области удержания ионов, а также достаточный оптический доступ. Пара противоположных электродов заземлена, а к оставшейся паре приложено напряжение вида

$$\Phi = -U_{dc} + V_{ac} \cos \omega_{\text{rf}} t, \quad (3)$$

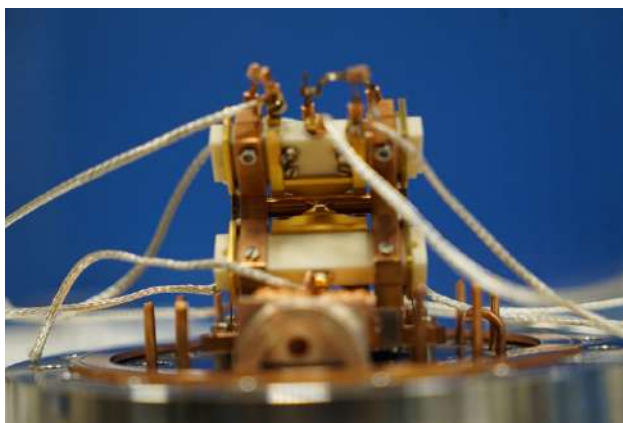


Рис. 2: Линейная ловушка Пауля типа электрод-лезвие, используемая в эксперименте.

Удержание ионов в аксиальном направлении осуществляется парой торцевых электродов, к которым приложен статический потенциал.

Уравнения движения вдоль осей ловушки являются независимыми. Вводя безразмерные параметры

$$\tau \equiv \frac{\omega}{2}t, \quad a \equiv \frac{4eU_{\text{dc}}}{m\omega_{\text{rf}}^2 r_0^2}, \quad q \equiv \frac{2eV_{\text{ac}}}{m\omega_{\text{rf}}^2 r_0^2}, \quad (4)$$

где  $m$  - масса частицы,  $r_0$  - половина расстояния между диагональными электродами, они могут быть записаны в виде дифференциальных уравнений Матье

$$\ddot{x} + (a - 2q \cos 2\tau)x = 0 \quad (5)$$

и

$$\ddot{y} - (a - 2q \cos 2\tau)y = 0. \quad (6)$$

Параметры  $a$  и  $q$  подбираются таким образом, чтобы решение оказывалось стабильным. В случае малых параметров ( $a, q^2$ )  $\ll 1$  оно представляет собой гармоническое движение на секулярной частоте

$$\omega_s = \frac{1}{2} \sqrt{a + \frac{q^2}{2}} \omega, \quad (7)$$

возмущенное осцилляциями малой амплитуды на частоте  $\omega$  приложенного потенциала. При захвате группы частиц (ионного кристалла) движение имеет более сложную структуру, однако может быть разложено по т.н. нормальным модам колебаний.

## 1.4 Нормальные моды колебаний кристалла

В аксиальном направлении частицы удерживаются статическим потенциалом. Следовательно, частота колебаний вдоль оси ловушки будет зависеть от напряжения на тор-

цевых электродах и может быть записана через параметр ловушки  $a$  как

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2eU_{\text{end}}}{m}} = \sqrt{\frac{a}{2}}\omega_{\text{rf}}. \quad (8)$$

Здесь  $U_{\text{end}}$  - напряжение на торцевых электродах. Чаще, параметр  $a$  оказывается значительно меньше параметра  $q$ , а значит аксиальная частота будет в несколько раз меньше радиальной. В таком случае, при одновременном захвате нескольких частиц в ловушку, энергетически наиболее выгодным расположением частиц будет цепочка вдоль оси ловушки, расположенная в нуле переменного поля в радиальном направлении. Цепочка обладает набором нормальных мод колебаний, число которых вдоль каждой оси равно числу захваченных частиц. В таком случае, энергетическую структуру частицы в ловушке можно представить как произведение пространства электронных уровней на пространство колебательных уровней, что схематически изображено на Рис.3.

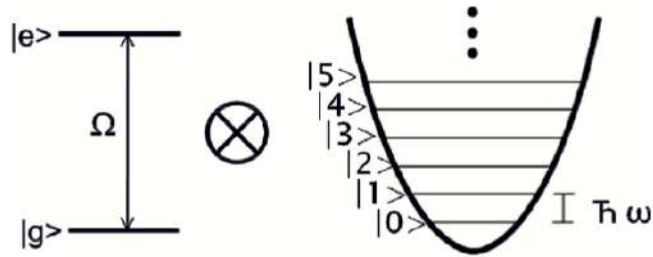


Рис. 3: Энергетическая структура двухуровневой частицы, захваченной в радиочастотную ловушку. Пространство колебательных уровней представлено набором эквидистантных энергетических состояний, что соответствует движению одиночной частицы или одной из колебательных мод ионной цепочки.

Ввиду того, что колебательные моды являются общими для всех частиц, именно их используют для осуществления перепутывающих операций и передачи информации. Однако достоверность этих операций сильно зависит от температуры ионного кристалла, определяемой распределением населенностей по колебательным подуровням. Поэтому перед их проведением необходимо произвести охлаждение до основного колебательного состояния. Оно осуществляется в 2 стадии: доплеровское охлаждение и охлаждение на боковых колебательных частотах.

## 1.5 Доплеровское охлаждение

В процессе доплеровского охлаждения к частице прикладывают лазерное поле с частотой, близкой к некоторой резонансной частоте атомной системы и отстройкой в красную сторону спектра [40]. За счет эффекта Доплера, частица, движущаяся навстречу излучению будет резонансно поглощать фотоны поля. В процессе поглощения импульс иона уменьшается на величину импульса фотона. При движении частицы, сонаправленном с волновым вектором поля, поглощения не будет, т.к отстройка от атомного резонанса увеличится. Если частота ловушки значительно меньше скорости спонтанного распада  $\Gamma$  охлаждающего перехода, усреднение процессов поглощения и переизлучения приводит к появлению классической силы  $F_d$ , действующей на атом

$$F_d = \hbar k \Gamma \rho_{ee}, \quad (9)$$

где  $k$  - волновой вектор светового поля, а  $\rho_{ee}$  - вероятность обнаружения частицы в возбужденном состоянии.

Согласно [ ] величина  $\rho_{ee}$  зависит от скорости частицы

$$\rho_{ee} = \frac{s/2}{1 + s + 4(\Delta - \vec{k}\vec{v})}, \quad (10)$$

где  $s$ -параметр насыщения, а  $\vec{v}$  - скорость иона. В приближении малых скоростей эффективная сила эквивалентна вязкому трению и приводит к уменьшению средней кинетической энергии частицы. Спонтанное испускание, хотя и равновероятно в любом направлении, при рассмотрении единичного акта осуществляется с рождением фотона с заданным волновым вектором, что приводит к случайным блужданиям иона в импульсном пространстве. Конкуренция нагрева, вызванного данным процессом и охлаждения определяет равновесную температуру. Ее зависимость от величины отстройки лазерного излучения представлена на Рис. 4.

При значении отстройки  $\Gamma/2$  достигается минимальное значение, т.н Доплеровский предел:

$$T_{min} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}. \quad (11)$$

Глубину охлаждения выделенной колебательной моды можно охарактеризовать средним колебательным числом

$$\bar{n} = \sum_0^{\infty} n \cdot p_n, \quad (12)$$

где  $p_n$  - населенность  $n$ -го колебательного уровня выбранной моды. Пользуясь форму-

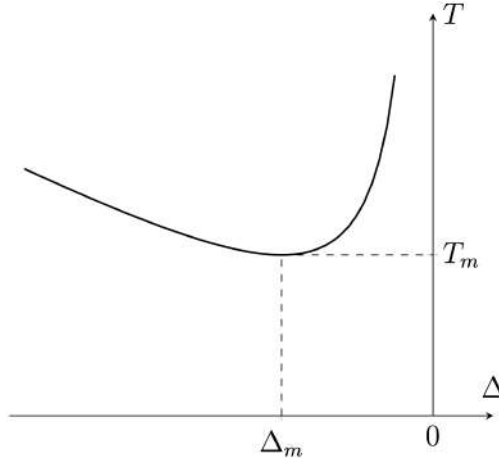


Рис. 4: Зависимость минимально достижимой температуры ионного кристалла при Доплеровском охлаждении от отстройки лазерного излучения от резонансной частоты охлаждающего перехода.

лой (11) для Доплеровского предела можно получить

$$\bar{n} \approx \frac{1}{\exp(\frac{\omega_m}{T}) - 1}. \quad (13)$$

Здесь  $\omega_m$  - частота охлаждаемой моды. В современных установках для радиальных мод характерным значением является  $\bar{n} \sim 10-50$  фононов.

В ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  для Доплеровского охлаждения используется дипольный переход  $^2S_{1/2}(F=1) \leftrightarrow ^2P_{1/2}(F=0)$  на длине волны 369 нм с шириной 19.6 МГц. Часть излучения перед заводом в ловушку пропускается через электрооптический модулятор с частотой 14.7 ГГц. Эта компонента возвращает ион в цикл охлаждения в случае его попадания в темное состояние  $^2S_{1/2}(F=0)$ . Также, существует вероятность распада иона в терм  $^2D_{3/2}$  с величиной 0.5%. Следовательно, охлаждающий лазер должен работать в паре с перекачивающим на длине волны 935 нм. Характерное время установления равновесной температуры составляет не более 5 мс.

Таким образом, благодаря малому времени жизни возбужденного состояния достигается высокая скорость охлаждения, однако это вносит ограничение на минимально достижимую температуру (11). Более низкие значения среднего колебательного числа  $\bar{n} < 0.1$  могут быть получены методами индуцированной или двойной индуцированной (в зависимости от используемого иона) прозрачности [41, 42], симпатического охлаждения [43] и охлаждения на боковых колебательных частотах [44]. Последний метод активно используется в проводимом эксперименте и подробнее описан в следующей секции.

## 1.6 Охлаждение на боковых колебательных частотах

Если ширина перехода удовлетворяет условию  $\Gamma \ll \omega_m$ , в спектре иона разрешаются отдельные боковые колебательные частоты (Рис. 5). Это условие часто выполняется для дипольно-запрещенных переходов, кроме того, малую величину  $\Gamma$  можно искусственно создать, к примеру в рамановской схеме [ссылка]. Принцип охлаждения на боковых

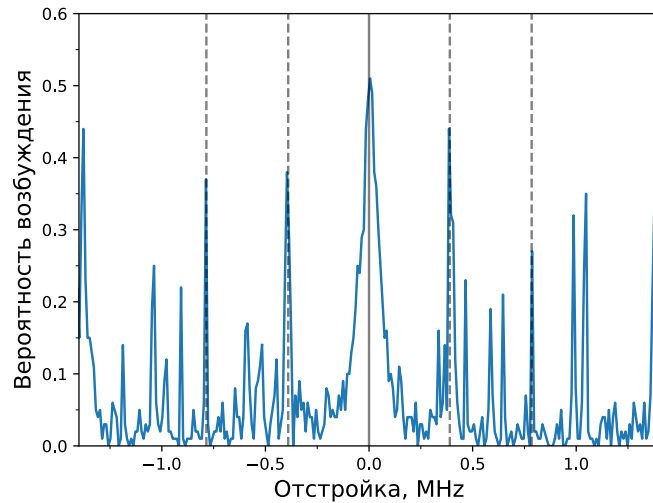


Рис. 5: Результат спектроскопии квадрупольного перехода  ${}^2S_{1/2}(F=0) \leftrightarrow {}^2D_{3/2}(F=2)$  в цепочке из 10 ионов. Измерялась вероятность возбуждения частицы от величины отстройки от резонанса атомного перехода без изменения колебательного состояния. Пунктирными линиями отмечены первая и вторая аскиальные секулярные колебательные боковые частоты.

колебательных частотах схематично изображен на Рис. 6. К иону прикладывается  $\pi$ -импульс излучения, отстроенного в красную область спектра на величину частоты колебательной моды. В результате возбуждения вся населенность переносится с нижнего электронного уровня  $|g\rangle$  на верхний  $|e\rangle$ , а в колебательном подпространстве происходит перенос на соседний снизу колебательный подуровень  $|n\rangle \rightarrow |n-1\rangle$ .

Затем, частица, благодаря спонтанным распадам, происходящим в среднем без изменения колебательного числа, переходит на начальный электронный уровень. Для ускорения процесса релаксации возбужденное состояние резонансно связывается с некоторым коротко-живущим уровнем. В результате одного цикла в среднем ион теряет один колебательный квант. Глубина охлаждения ограничивается величиной

$$\bar{n} = \frac{\Gamma^2}{16\omega_m^2}. \quad (14)$$

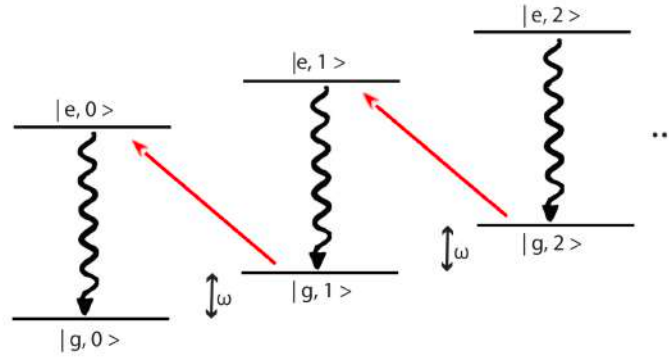


Рис. 6: Принципиальное изображение метода охлаждения на боковых колебательных частотах.

В реальной системе населенность не сосредоточена на отдельном колебательном подуровне, а обладает некоторым распределением. Предполагается, что после Доплеровского охлаждения это распределение будет термальным (Рис. 7а). Симулирование процесса охлаждения на боковых колебательных частотах излучением с постоянной отстройкой показывает, что населенность может накапливаться на определенных подуровнях с  $n > 0$  (Рис. 7б). Это приводит к снижению эффективности охлаждения. Данный процесс в первую очередь связан с зависимостью частоты Раби от номера колебательного подуровня, для некоторых значений она может обнуляться (Рис. 7с). Эффект можно подавить попеременно используя импульсы с отстройкой на одну или две колебательные частоты. В общем случае поиск оптимальной охлаждающей последовательности является нетривиальной задачей (Рис. 7д). Полный цикл охлаждения длится порядка  $\sim 20$  мс. Результирующее значение среднего колебательного числа  $\bar{n} < 0.1$ , что является достаточным для реализации перепутывающего MS-гейта с высокой степенью достоверности.

## 1.7 Подготовка начального состояния

В процессе манипуляций с состоянием иона, населенность распределяется по энергетическим подуровням термина  ${}^2S_{1/2}$ . Однако, в начале каждого эксперимента кубит должен находиться в чистом состоянии. В этом качестве может быть выбран уровень  ${}^2S_{1/2}(F = 0)$ . Методом оптической накачки ион может быть инициализирован в это состояние с высокой достоверностью. Для увеличения скорости подготовки начального состояния необходимо настроить излучение лазера с длиной волны 369 нм на резонанс переходов  ${}^2S_{1/2}(F = 1) \leftrightarrow {}^2P_{1/2}(F = 0)$  и  ${}^2S_{1/2}(F = 1) \leftrightarrow {}^2P_{1/2}(F = 1)$ . Это достигается путем модуляции исходного пучка с помощью электрооптического модулятора на

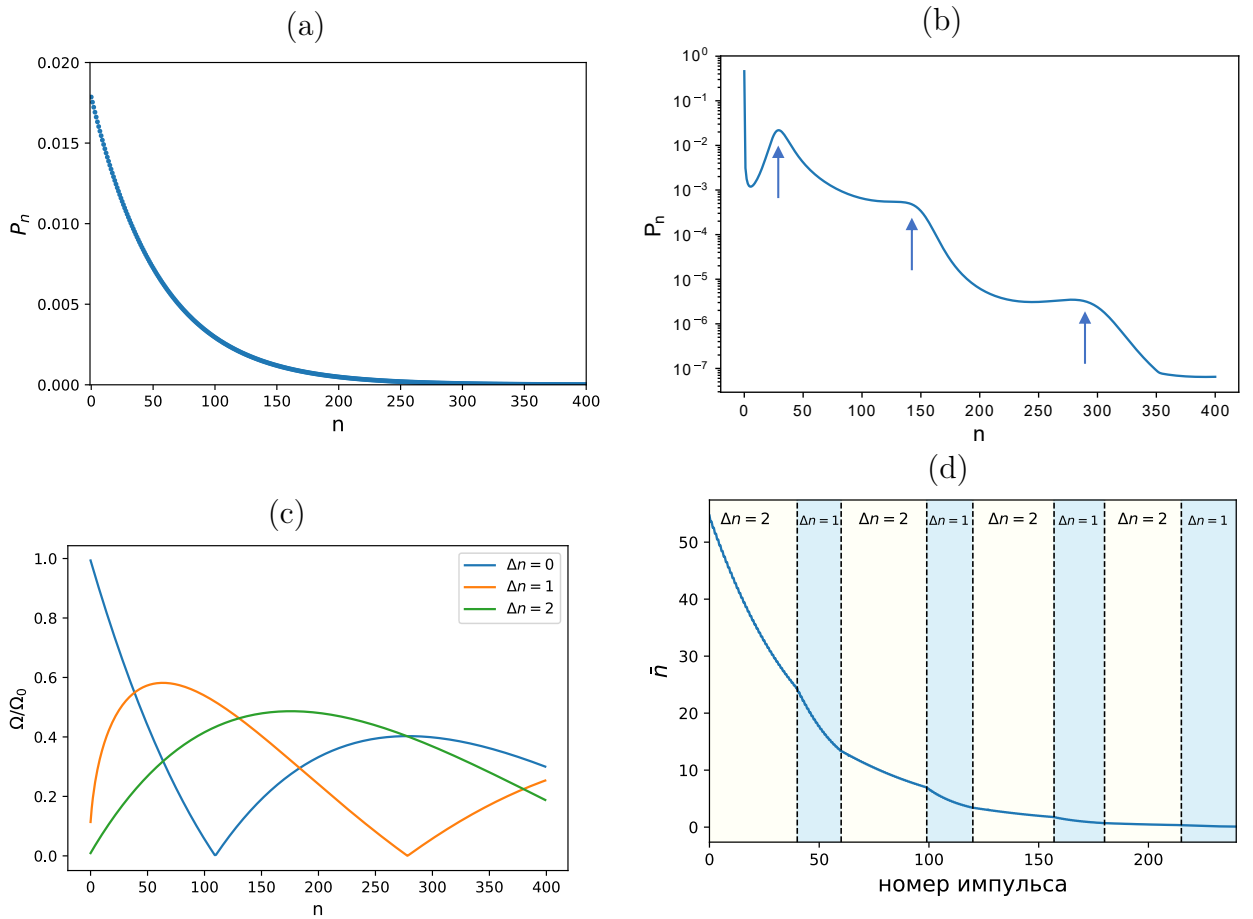


Рис. 7: а) Термальное распределение населенностей по колебательным подуровням после Доплеровского охлаждения  $\bar{n} = 45$ . б) Паразитное скопление населенностей на колебательных подуровнях при использовании импульсов с одной отстройкой. в) Зависимость частоты раби для переходов с  $\Delta n = \{0, 1, 2\}$  от номера колебательного подуровня. г) Оптимизированная последовательность охлаждения на боковых колебательных частотах с использованием отстройки на одну или две величины колебательной моды.

частоте 2,1 ГГц. В результате, спонтанная эмиссия обладает высоким коэффициентом ветвления к состоянию  ${}^2S_{1/2}(F = 0)$ . Поскольку частоты лазера достаточно отстроены, чтобы не возбуждать переходы из этого состояния, вероятность того, что вся населенность накопится в этом состоянии после всего нескольких актов спонтанного распада, близка к 1. В эксперименте оптическая накачка длится менее 5 мкс, чтобы перевести  $> 99,9\%$  населенности в искомое состояние.



## 2 Перепутывающая операция на квадрупольном переходе

Произвольный квантовый алгоритм при транспиляции по нативным гейтам вычисляющего устройства представляется как множество однокубитных и двухкубитных операций. Целью двухкубитной операции является запутывание электронных состояний пары частиц. В ионной платформе возбуждение перехода на боковой колебательной частоте создает связь электронного и колебательного уровней. Поскольку моды движения являются общими для всей цепочки, можно приложить другой импульс ко второй частице, тем самым отобразив колебательное состояние цепочки на электронное состояние второго иона. Таким образом колебательное подпространство вернется в изначальное состояние, а электронные состояния ионов окажутся перепутанными. С помощью данного метода впервые было получено запутанное состояние пары ионов [26]. Однако, он является очень требовательным к охлаждению колебательной моды до основного состояния ( $\bar{n} = 0$ ). Число мод растет линейно с увеличением числа ионов в регистре, что приводит к уплотнению колебательного спектра и усложнению процесса охлаждения. Поэтому, в эксперименте удобнее использовать т.н. MS-гейт [24], где электронные состояния ионов непрерывно взаимодействуют с колебательными модами благодаря одновременному возбуждению переходов на красной и синей боковых колебательных частотах. В данной главе теоретически исследуется возможность реализации перепутывающего MS-гейта на квадрупольном переходе и способы повышения его достоверности.

### 2.1 MS-гейт

Гамильтониан взаимодействующего с излучением иона в ловушке может быть записан как

$$\hat{H} = \hat{H}_m + \hat{H}_e + \hat{H}_i, \quad (15)$$

где

$$\hat{H}_m = \frac{\hat{p}^2}{2m} + mW(t)\hat{x}^2, \quad (16)$$

$$\hat{H}_e = \hbar \frac{\omega_e}{2} \sigma_z, \quad (17)$$

$$\hat{H}_i = \frac{\hbar}{2} \Omega (|g\rangle\langle e| + |e\rangle\langle g|) \times [e^{i\Delta k\hat{x} - \omega t} + e^{-i\Delta k\hat{x} + \omega t}]. \quad (18)$$

Временезависимая величина  $W(t)$  определяется потенциалом ловушки

$$W(t) = \frac{\omega_{\text{rf}}^2}{4} (a + 2q \cos \omega_{\text{rf}} t), \quad (19)$$

операторы  $\hat{p}$ ,  $\hat{x}$  отвечают импульсу и координате иона соответственно,  $\omega_e$  - энергия перехода для рассматриваемой пары уровней, а  $\Omega$  - резонансная частота Раби. Фаза лазера предполагается равной нулю.

Переходя в представление взаимодействия относительно  $\hat{H}_0 = \hat{H}_e$  и используя приближение вращающейся волны (отбрасывая компоненты с  $e^{i\pm(\omega_e+\omega)}$ ) можно получить

$$H_I = \Omega e^{i\mu t} e^{i\Delta k \hat{x}} \sigma^+ + H.c. \quad (20)$$

Для стимулированного рамановского перехода

$$\Delta k = k_0 - k_1. \quad (21)$$

Здесь  $k_0$  и  $k_1$  - волновые векторы рамановских пучков. Также, формула применима и для случая оптического перехода при замене  $\Delta k \rightarrow k$ . Вводя операторы рождения и уничтожения для колебательных мод, можно переписать показатель экспоненты как

$$\Delta k \hat{x} = \sum_{p=1}^N \eta_p (\hat{a}_p + \hat{a}_p^\dagger), \quad (22)$$

где введен параметр Лэмба-Дике

$$\eta_p = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_p}}. \quad (23)$$

Если произвести повторный переход во вращающуюся систему отсчета, теперь по отношению к колебательной части гамильтониана  $\hat{H}_m$  получится

$$H'_I = \Omega e^{i\mu t} \sigma^+ \exp \left[ i \sum_{p=1}^N \eta_p (\hat{a}_p e^{-i\omega_p t} + \hat{a}_p^\dagger e^{i\omega_p t}) \right] + H.c. \quad (24)$$

В приближении Лэмба-Дике ( $\eta_p^2(\bar{n}+1) \ll 1$ ) экспонента заменяется на ее первый порядок разложения в ряд Тейлора  $e^{i\Delta k \hat{x}} = 1 + i\Delta k \hat{x}$ . Подстановка в (24) приводит к выражению

$$H'_I = \Omega \sigma^+ \left[ 1 + i \sum_{p=1}^N \eta_p (\hat{a}_p e^{-i\omega_p t} + \hat{a}_p^\dagger e^{i\omega_p t}) \right] e^{i\mu t} + H.c. \quad (25)$$

Первое слагаемое в скобках осуществляет возбуждение перехода без изменения колебательного состояния  $|g\rangle|n\rangle \leftrightarrow |e\rangle|n\rangle$ . Оставшиеся члены есть возбуждения красной и синей боковых колебательных частот  $|g\rangle|n\rangle \leftrightarrow |e\rangle|n \pm 1\rangle$ .

Для перекутывания электронных состояний требуется одновременно нерезонансно возбуждать эти переходы. Действие слабо отстроенного от колебательной моды ( $\mu = \omega_p + \delta_p$ ) бихроматического излучения на пару ионов может быть записано как

$$\begin{aligned}
H_{MS} &= \sum_{i=1,2} \Omega_i \sigma_i^+ \left[ 1 + i \sum_{p=1}^N \eta_p^i (\hat{a}_p e^{-i\omega_p t} + \hat{a}_p^\dagger e^{i\omega_p t}) \right] (e^{i\mu t} + e^{-i\mu t}) + H.c \\
&= \sum_{i=1,2} \Omega_i \cos(\mu t) \sigma_x^i + \sum_i \Omega_i \sum_{p=1}^N \eta_p^i \cos(\mu t) (\hat{a}_p e^{-i\omega_p t} + \hat{a}_p^\dagger e^{i\omega_p t}) \sigma_y^i, \quad (26)
\end{aligned}$$

где сумма по индексу  $i$  отражает возбуждение разных ионов с силой  $\Omega_i$ . Наконец, предполагая  $\Omega_i \ll \mu$ , можно пренебречь возбуждением переходов без изменения колебательного числа. В таком случае результирующий гамильтониан имеет вид

$$H_{MS} = \sum_{i=1,2} \sum_{p=1}^N \Omega_i \eta_p^i \cos(\mu t) (\hat{a}_p e^{-i\omega_p t} + \hat{a}_p^\dagger e^{i\omega_p t}) \sigma_y^i. \quad (27)$$

Оператор эволюции, отвечающий подобному гамильтониану можно вычислить пользуясь разложением Магнуса [45]

$$U(\tau) = \exp \left[ -i \int_0^\tau H_{MS}(t) dt - \frac{1}{2} \int_0^\tau \left( \int_0^{t_2} [H_{MS}(t_1), H_{MS}(t_2)] dt_1 \right) dt_2 \right]. \quad (28)$$

Более высокие порядки разложения обнуляются благодаря коммутационным соотношениям операторов рождения и уничтожения. Интегрирование приводит к следующему результату

$$U(\tau) = \exp \left( \sum_{i=1,2} \sum_{p=1}^N (\alpha_{i,p}(\tau) a_p^\dagger + \alpha_{i,p}^*(\tau) a_p) \sigma_y + i \sum_{i \neq j} \chi_{i,j}(\tau) \sigma_y^i \sigma_y^j \right), \quad (29)$$

здесь

$$\alpha_{i,p}(\tau) = - \int_0^\tau \eta_p^i \Omega_i(t) \cos(\mu t) e^{i\omega_p t} dt \quad (30)$$

и

$$\chi_{i,j}(\tau) = \sum_{p=1}^N \eta_p^i \eta_p^j \int_0^\tau \int_0^{t_2} dt_2 dt_1 [\Omega_i(t_2) \Omega_j(t_1) \sin(\omega_p(t_2 - t_1)) \sin(\mu t_2) \sin(\mu t_1)]. \quad (31)$$

Стоит отметить, что операторы  $\sigma_y^1$  и  $\sigma_y^2$  действуют в различных подпространствах. Поэтому, например, выражение  $\sigma_y^1 \sigma_y^2$  есть сокращенная запись  $(\sigma_y^1 \otimes I)(I \otimes \sigma_y^2)$ . Первое слагаемое в (29) содержит комбинацию оператора, действующего на электронное состояние иона, и операторов, действующих в колебательном подпространстве, и, таким образом, характеризует запутанность электронного и колебательного состояний иона. Второе слагаемое представляет чистое взаимодействие электронных подсистем двух ионов. Снятие запутанности электронных состояний с колебательными модами позволяет записать оператор эволюции в виде

$$U(\chi_{1,2}) = \begin{pmatrix} \cos(2\chi_{1,2}) & 0 & 0 & -i \sin(2\chi_{1,2}) \\ 0 & \cos(2\chi_{1,2}) & -i \sin(2\chi_{1,2}) & 0 \\ 0 & -i \sin(2\chi_{1,2}) & \cos(2\chi_{1,2}) & 0 \\ -i \sin(2\chi_{1,2}) & 0 & 0 & \cos(2\chi_{1,2}) \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Тогда действие оператора  $U(\pm \frac{\pi}{8})$  на начальное состояние  $|gg\rangle$  создает максимально запутанное состояние  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|gg\rangle \mp i|ee\rangle)$  соответственно.

## 2.2 Шейпинг импульсов

Условие отсутствия запутанности электронных и колебательных состояний эквивалентно равенству нулю коэффициентов  $\alpha_{i,p}$  в момент завершения операции. В случае постоянной частоты Раби  $\Omega_i$  его можно выполнить для единственной моды. Техника шейпинга импульсов позволяет выполнить условие для всех колебательных мод одновременно [30]. Пусть время операции разбито на несколько сегментов, внутри которых интенсивность лазеров постоянна. Тогда для частот Раби можно записать

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega_1, & 0 < t \leq \tau/K \\ \Omega_1, & \tau/K < t \leq 2\tau/K \\ \dots & \\ \Omega_P, & (K-1)\tau/K < t \leq \tau, \end{cases} \quad (33)$$

где  $K$  - количество сегментов, а индексы относятся к номеру сегмента а не иону. Соответствующие выражения для коэффициента  $\alpha_{i,p}$  принимает вид

$$\alpha_{i,p}(\tau) = -\eta_p^i \sum_{k=0}^K \Omega_k \int_{(k-1)\tau/K}^{k\tau/K} \cos(\mu t) e^{i\omega_p t} dt = \sum_{k=0}^K A_{p,k}^i \Omega_k. \quad (34)$$

Здесь, матрица  $A_{p,k}^i$  имеет размер  $K \times N$  вычисляется для иона с номером  $i$ . Для оставшихся частиц ряды матриц связаны соотношением

$$C_p^i / C_p^j = \mathbf{b}_p^i / \mathbf{b}_p^j = \eta_p^i / \eta_p^j, \quad (35)$$

где  $\mathbf{b}_p^i$  -  $i$ -й элемент собственного вектора, отвечающего  $p$ -й нормальной моде колебаний ионной цепочки.

Для коэффициента перепутывания можно записать

$$\chi_{i,j}(\tau) = \sum_{k,k'=1}^K \Omega_k \Omega_{k'} D_{k,k'}^{i,j} = \mathbf{\Omega}^T D^{i,j} \mathbf{\Omega}, \quad (36)$$

где элементы матрицы являются функциями только частот колебательных мод  $\omega_p$ , отстройки  $\mu$  и номера сегмента:

$$D_{k,k'}^{i,j}(\tau) = \sum_{p} \eta_p^i \eta_p^j \int_{(k-1)\tau/K}^{k\tau/K} \left( \int_{(k'-1)\tau/K}^{k'\tau/K} \sin(\omega_p(t_2 - t_1)) \sin(\mu t_2) \sin(\mu t_1) dt_1 \right) dt_2 \quad (37)$$

Поскольку выражение (31) требует  $t < t'$ , для коэффициентов сегментированной последовательности должно выполняться  $k \leq k'$ . В случае  $k = k'$ , наложение ограничения  $t < t'$  приводит к

$$D_{k=k'}^{i,j} = \int_{(k-1)\tau/K}^{k\tau/K} \left( \int_{(k-1)\tau/K}^{t_2} \sum_p \eta_p^i \eta_p^j \sin(\mu t_1) \sin(\mu t_2) \sin(\omega_p(t_2 - t_1)) dt_1 \right) dt_2. \quad (38)$$

Обнуление комплексных коэффициентов  $\alpha_{i,p}$  обеспечивается выполнением

$$A^i \mathbf{\Omega} = 0. \quad (39)$$

Выделяя действительную и мнимую части можно получить набор из  $2N$  ограничений. Вместе с условием на коэффициент запутывания общее число ограничений составит  $2N + 1$ . Для того, чтобы такая система имела точное решение, число сегментов должно совпадать с количеством уравнений  $K = 2N + 1$ .

Оптимальная форма импульса для двух ионов представлена на Рис.8а,г. Время операции выбрано 200 мкс. Частоты колебательных мод имеют характерные значения для текущей конфигурации экспериментальной установки и равны  $\omega_{sec} = 3.52$  МГц,  $\omega_{str} = 3.5$  МГц. В зависимости от отстройки  $\mu$  значения частот Раби для отдельных сегментов могут принимать отрицательные значения, что эквивалентно добавлению фазового множителя  $e^{i\pi}$ . Фазовые траектории также меняют свою характерную форму в зависимости от формы импульсов (Рис. 8 б,в,д,е). Поскольку полученная система не учитывает диссипативные процессы, например спонтанные распады, эволюция не должна зависеть от направления времени. Это отражается в симметричности формы оптимальных шейпов.

Для любого значения отстройки  $\mu$  существует решение полученной системы уравнений. Однако, в экспериментальной реализации гейта возникают ограничения на доступную мощность лазерного излучения, поэтому величину отстройки можно выбрать исходя из условия минимального (по модулю) значения максимальной среди сегментов частоты Раби (Рис. 9а). Также на Рис. 9б можно увидеть зависимость амплитуд всех сегментов от величины отстройки.

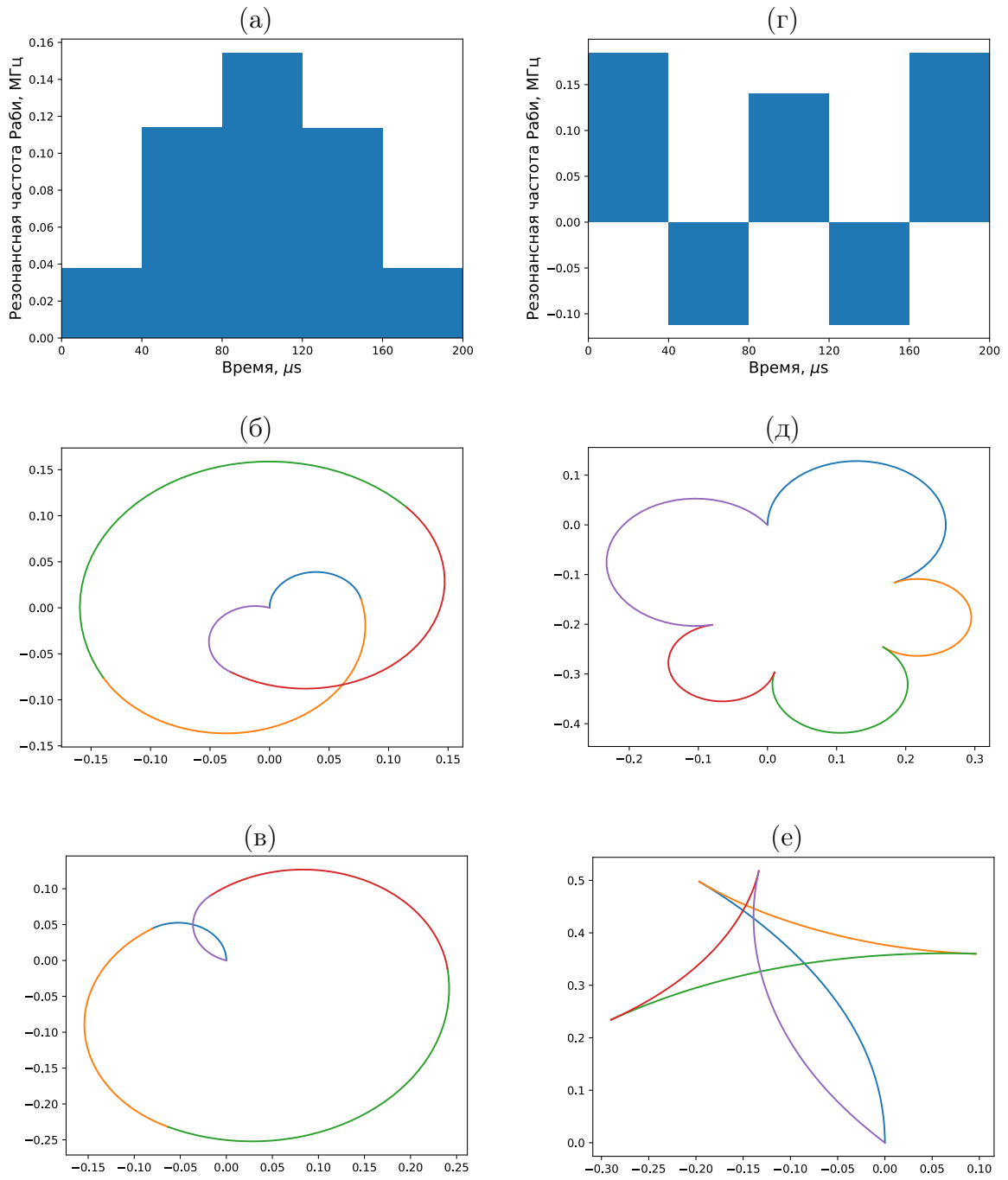


Рис. 8: Оптимальная зависимость резонансной частоты Раби от времени в течение переопределяющей операции: а) положительное решение ( $\mu = 3.5115$  МГц), б) решение с переменным знаком ( $\mu = 3.506$  МГц). Фазовые траектории для общей колебательной моды б), д) и моды растяжения в), е) для положительного решения и решения с переменным знаком соответственно.

При выводе формул, описывающих MS-гейт, рассматривались переходы между некоторой парой кубитных уровней. В данной работе, в качестве этих уровней выбраны два состояния сверхтонкой структуры иона:  $^2S_{1/2}(F = 0, m_f = 0)$ ,  $^2S_{1/2}(F = 1, m_f =$

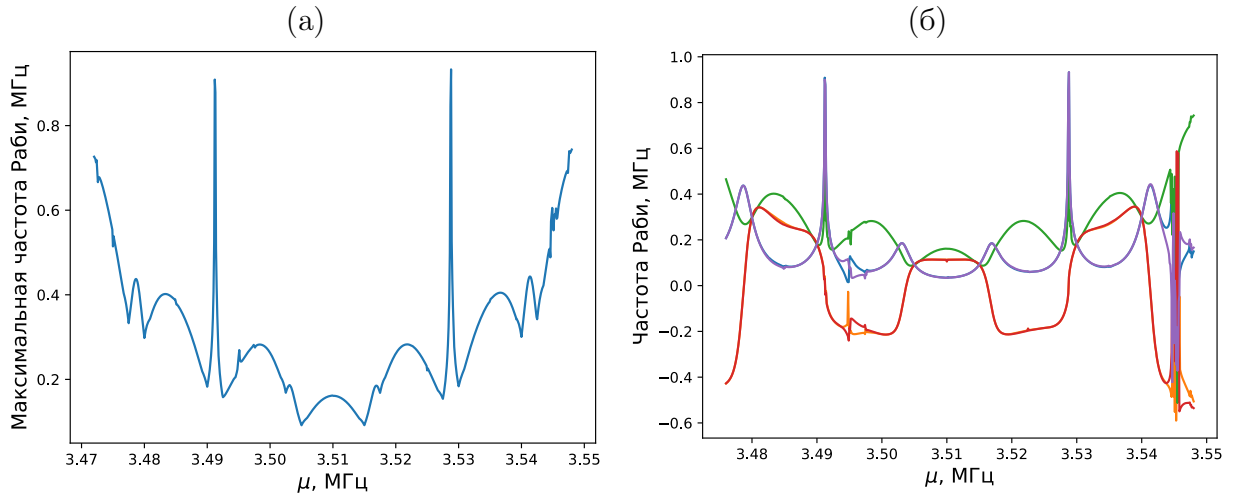


Рис. 9: а) Зависимость максимальной частоты Раби среди сегментов оптимального шейпа от отстройки  $\mu$ , б) Зависимость величины частоты Раби для каждого из 5 сегментов от отстройки  $\mu$ .

0). В следующих секциях описана схема возбуждения стимулированного рамановского перехода на длине волны 435 нм между ними.

### 2.3 Квадрупольный переход в ионе $^{171}\text{Yb}^+$

Частота Раби для пары уровней в квадрупольном переходе зависит поляризации и направления пучка, и может быть записана в виде

$$\Omega = \Gamma\sqrt{S}, \quad (40)$$

где [46]

$$\Gamma = (2J + 1)(2F' + 1)(2F + 1) \begin{pmatrix} F & F' & 2 \\ -m_f & m'_f & m_f - m'_f \end{pmatrix}^2 \left\{ \begin{matrix} J & F & 1/2 \\ F' & J' & 2 \end{matrix} \right\}^2 \Gamma(J; J') \cdot \kappa. \quad (41)$$

Здесь, штриховые индексы отвечают верхнему состоянию, круговые и фигурные скобки соответствуют 3J-символу и 6J-символу Вигнера соответственно,  $\Gamma(J, J')$  - усредненная ширина перехода, а  $\kappa$  - коэффициент, зависящий от направления и поляризации пучка.

Он может быть вычислен как [ссылка]

$$\kappa = C_{i,j}^{(m_f - m'_f)} \epsilon_i n_j, \quad (42)$$

где  $\epsilon_i, n_j$  - поляризация и направление пучка соответственно, а тензор второго ранга задается матрицами:

$$c_{i,j}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & -i & 0 \\ -i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (43)$$

$$c_{i,j}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & i \\ -1 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad (44)$$

$$c_{i,j}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad (45)$$

$$c_{i,j}^{(-1)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & i \\ 1 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad (46)$$

$$c_{i,j}^{(-2)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (47)$$

Параметр насыщения  $S = I/I_s$  выражается через интенсивность света  $I$  и интенсивность насыщения  $I_s$ . Последняя может быть найдена как

$$I_s = \hbar c \frac{\Gamma k^3}{2\pi 60}. \quad (48)$$

Стоит отметить, что переходы между некоторыми магнитными компонентами запрещены. Значения 3J-символов для рассматриваемых уровней приведены в таблице.

		${}^2D_{3/2}$					
		m_f	-2	-1	0	1	2
${}^2S_{1/2}$	0 (F=0)	$1/\sqrt{5}$	$-1/\sqrt{5}$	$1/\sqrt{5}$	$-1/\sqrt{5}$	$1/\sqrt{5}$	
	0 (F=1)	$-\sqrt{2/15}$	$\sqrt{1/30}$	0	$\sqrt{1/30}$	$-\sqrt{2/15}$	

Таблица 1: Релевантные коэффициенты Клебша-Гордана для квадрупольного перехода в ионе  ${}^{171}\text{Yb}^+$ . Значения демонстрируют относительные силы переходов между соответствующими уровнями  ${}^2S_{1/2}$  и  ${}^2D_{3/2}$  термов.



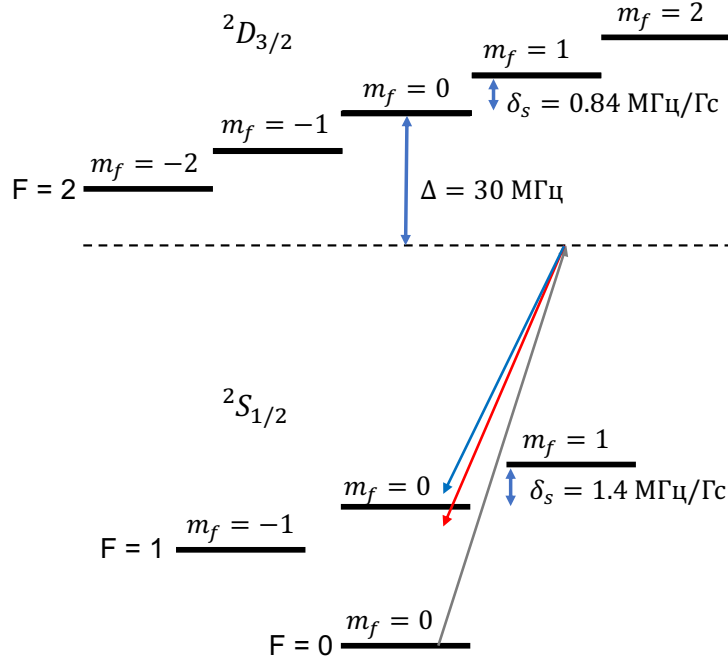


Рис. 10: Схема возбуждения стимулированного рамановского перехода в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  между нулевыми магнитными компонентами сверхтонкой структуры основного состояния. Специфика состоит в использовании бихроматического излучения в качестве второго рамановского пучка. Такая конфигурация продиктована необходимостью одновременного возбуждения переходов на красных и синих боковых колебательных частотах при реализации двухкубитной перепутывающей операции (MS-гейта). Для получения точной модели требуется учитывать взаимодействие кубитных уровней с каждым из пяти верхних уровней термина  $^2D_{3/2}$ , то есть 4 эффективных  $\lambda$ -схемы.

## 2.4 Двухкубитная операция на квадрупольном переходе

Стимулированный рамановский переход можно описать как двухфотонный процесс, в котором двухуровневая система связана через третье промежуточное состояние, образуя таким образом  $\lambda$ -систему. Гамильтониан в приближении вращающейся волны записывается в форме

$$H_I = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega_0 e^{-i\Delta t} \\ 0 & 0 & \Omega_1 e^{-i(\Delta \pm \delta)t} \\ \Omega_0 e^{i\Delta t} & \Omega_1 e^{i(\Delta \pm \delta)t} & 0 \end{pmatrix}. \quad (49)$$

Здесь  $\Delta$  - отстройка от резонансной частоты для перехода  $^2S_{1/2}(F=0, m_f=0) \leftrightarrow ^2D_{3/2}(F=2, m_f=0)$ . Второй лазер имеет отстройку, отвечающую возбуждению колебательного сайдбенда.

Подстановка Гамильтониана в уравнение Шредингера

$$-i\frac{\partial\psi_I(t)}{\partial t} = H_I\psi_I(t), \quad (50)$$

где вектор-состояние системы представлено в базисе собственных векторов невозмущенной атомной системы

$$\psi_I(t) = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle + c_{aux}|aux\rangle \quad (51)$$

дает следующие уравнения на коэффициенты разложения:

$$i\dot{c}_0 = \frac{1}{2}c_{aux}e^{-i\Delta t} \quad (52)$$

$$i\dot{c}_1 = \frac{1}{2}c_{aux}e^{-i(\Delta+\delta)t} \quad (53)$$

$$ic_{aux}\dot{} = \frac{1}{2}c_0e^{i\Delta t} + \frac{1}{2}c_1e^{i(\Delta+\delta)t} \quad (54)$$

Предполагая медленное изменение коэффициентов  $c_0(t)$  и  $c_1(t)$  в сравнении с коэффициентом  $c_{aux}(t)$ , ввиду отсутствия прямого резонансного возбуждения уровней  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , можно проинтегрировать (54), положив  $c_0(t)$  и  $c_1(t)$  постоянными. Таким образом

$$\begin{aligned} \dot{c}_e &= -\frac{i}{2}c_0(t) \int_0^t \Omega_0 e^{i\Delta t} - \frac{i}{2}c_1(t) \int_0^t \Omega_0 e^{i(\Delta+\delta)t} = \\ &= -\frac{1}{2}c_0(t)\Omega_0 \frac{e^{i\Delta t} - 1}{\Delta} - \frac{1}{2}c_1(t)\Omega_1 \frac{e^{i(\Delta+\delta)t} - 1}{\Delta + \delta}. \end{aligned} \quad (55)$$

Последующая подстановка полученного выражения в (52) вместе с отбрасыванием осциллирующих компонент  $e^{i\Delta t}$ ,  $e^{i(\Delta+\delta)t}$  дает

$$\begin{aligned} \dot{c}_0(t) &= \frac{i}{4\Delta}c_0(t)\Omega_0^2(e^{i\Delta t} - 1)e^{-i\Delta t} + \frac{i}{4(\Delta + \delta)}c_1(t)\Omega_1\Omega_0(e^{i(\Delta+\delta)t} - 1)e^{-i\Delta t} \approx \\ &\approx \frac{i}{4\Delta}c_0(t)\Omega_0^2 + \frac{i}{4(\Delta + \delta)}c_1(t)\Omega_0\Omega_1 e^{i\delta t}. \end{aligned} \quad (56)$$

Аналогичным образом для коэффициента  $c_1(t)$  можно получить условие

$$c_1(t) \approx \frac{i}{4\Delta}c_0(t)\Omega_0\Omega_1 + \frac{i}{4(\Delta + \delta)}c_1(t)\Omega_1^2 e^{i\delta t}. \quad (57)$$

Таким образом, промежуточное состояние выпадает из рассмотрения, приводя к эффективному гамильтониану двухуровневой системы

$$H_{int} \approx \frac{1}{4\Delta} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 & \Omega_1\Omega_2 e^{i\delta t} \frac{\Delta}{(\Delta+\delta)} \\ \Omega_1\Omega_2 e^{-i\delta t} & \Omega_2^2 \frac{\Delta}{(\Delta+\delta)} \end{bmatrix}. \quad (58)$$

Важно, что неэрмитовость полученной матрицы является лишь следствием использования приближения, оригинальный гамильтониан при этом является эрмитовым. Величина  $\Omega_1\Omega_2/4\Delta$  представляет собой эффективную частоту Раби, а  $\Omega_1^2/4\Delta$  и  $\Omega_2^2/4(\Delta + \delta)$  - Штарковские сдвиги соответствующих уровней.

В полной системе подобное взаимодействие происходит с каждым из 5 верхних магнитных подуровней (10). С учетом линейности уравнения Шредингера, приближение двухуровневой системы сохраняется, однако необходимо заменить эффективную частоту раби на сумму частот по 5 возможным промежуточным уровням, а также учесть Штарковский сдвиг от взаимодействия с каждым из них. Ввиду того, что для реализации MS-гейта используется трехчастотное излучение значения вышеупомянутых величин могут быть записаны в следующем виде

$$\Omega_{eff} = \sum_{m_f=-2}^2 \frac{\Omega_{0,m_f}^1 \Omega_{0,m_f}^2}{2(\Delta - m_f \cdot B \cdot 0.84)}, \quad (59)$$

$$\delta_{ac} = \sum_{m_f=-2}^2 \frac{(\Omega_{0,m_f}^1)^2}{2(\Delta - m_f \cdot B \cdot 0.84)} - \frac{(\Omega_{0,m_f}^2)^2}{2(\Delta - m_f \cdot B \cdot 0.84 - \omega_m - \mu)} - \frac{(\Omega_{0,m_f}^2)^2}{2(\Delta - m_f \cdot B \cdot 0.84 + \omega_m + \mu)}. \quad (60)$$

Здесь  $\Omega_{0,m_f}^{1,2}$  - соответствующие частоты Раби для переходов  $^2S_{1/2}(F=0, 1, m_f=0) \longleftrightarrow ^2D_{3/2}(F=2, m_f=m_f)$ ,  $B$  - величина внешнего магнитного поля в Гс, а коэффициент 0.84 соответствует Зеемановскому расщеплению магнитных подуровней в единицах МГц/Гс.

## 2.5 Измерение направления магнитного поля

Расположение окошек вакуумной камеры фиксирует взаимную ориентацию пучков адресации. "Глобальный пучок" и пучки "индивидуальной адресации" ортогональны друг другу и оси Z ловушки (Рис.11а). Оставшиеся оси ловушки направлены вдоль линий, соединяющих противоположные электроды. Разность волновых векторов глобального и индивидуальных пучков направлена вдоль оси X (Рис. 11б). Таким образом, возбуждениями колебательных мод по осям Z, Y можно пренебречь.

Магнитное поле, лежащее в плоскости адресующих пучков, создается неодимовыми магнитами. Его точное направление можно измерить произведя спектроскопию перехода  $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2D_{3/2}$  на различных зеемановских подуровнях (Рис. 12).

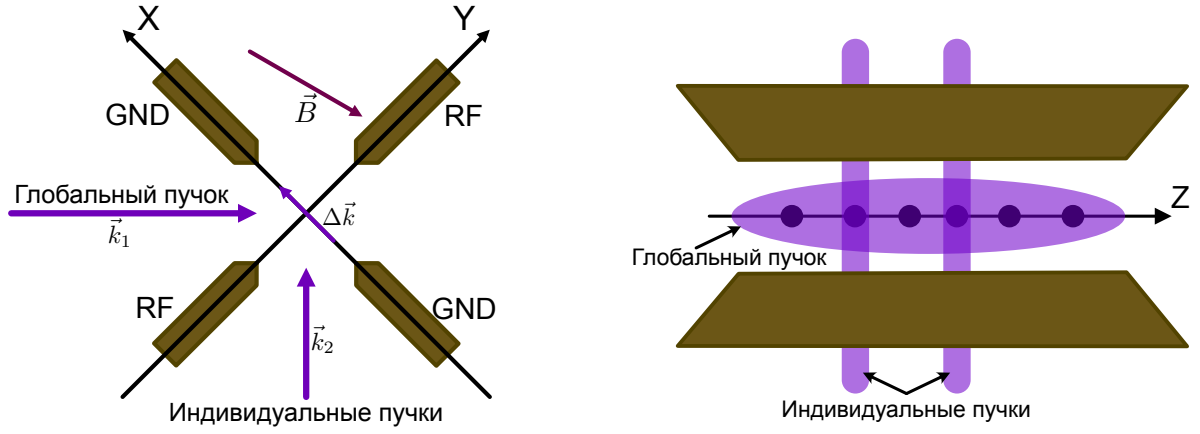


Рис. 11: Схема пучков адресации. Вид вдоль оси ловушки (слева) и перпендикулярно оси (справа). Вектор  $\vec{B}$  лежит в плоскости адресующих пучков. Ориентация пучков такова, что возбуждения колебательных мод происходят только вдоль оси X ловушки.

Вводя угол  $\theta$  между волновым вектором глобального пучка и направлением магнитного поля и угол  $\phi$  между вектором поляризации глобального пучка и плоскостью  $(\vec{k}_1, \vec{B})$  пользуясь (40) можно получить

$$\Omega_0^2 \sim 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \cos^2 \phi, \quad (61)$$

$$\Omega_1^2 \sim \cos^2 \phi (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)^2 + \sin^2 \phi \cos^2 \theta, \quad (62)$$

$$\Omega_2^2 \sim \sin^2 \theta (\cos^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \phi). \quad (63)$$

Здесь индекс частоты Раби отвечает номеру магнитного подуровня терма  ${}^2D_{3/2}$ . Производя поворот плоскости поляризации излучения, можно добиться минимума сигнала для центрального перехода, что будет означать  $\phi = 0$ . В свою очередь угол  $\theta$  можно определить, например, из условия

$$\left( \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \right)^2 = \frac{\cos^2 \phi (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)^2 + \sin^2 \phi \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta (\cos^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \phi)}. \quad (64)$$

Однако, ввиду квадратичных зависимостей входящих в условие параметров возникает неоднозначность в определении искомых углов. Для исключения этой неоднозначности можно произвести измерение частот Раби переходов для двух пучков с разными направлениями. В нашем случае это были пучки глобальной и индивидуальной адресации. Плоскость поляризации пучков задавалась при помощи поляризационных делителей пучка. Направления пучков, как говорилось ранее, фиксируются расположением входных окошек вакуумной камеры, а также малым расстоянием между электродами ловушки. Дополнительным фактором служило расположения пучка в предпола-

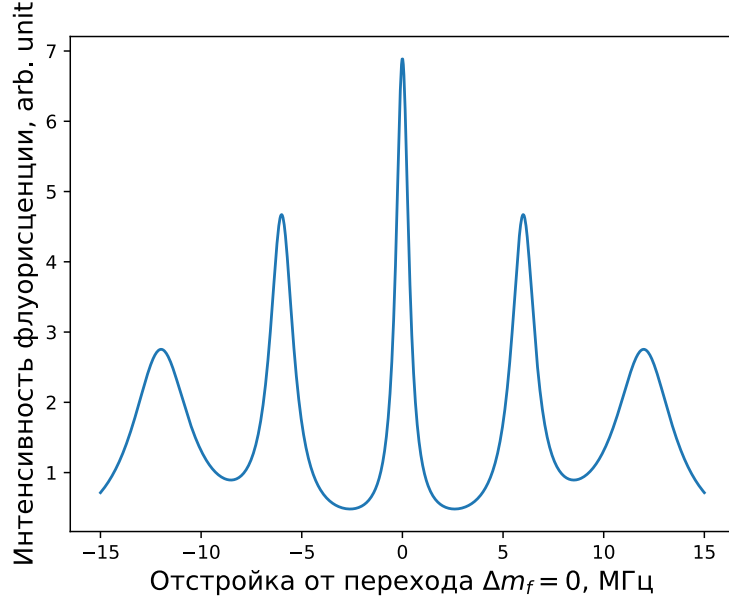


Рис. 12: Экспериментальные данные спектроскопии оптического перехода  ${}^2S_{1/2}(F = 0) \leftrightarrow {}^2D_{3/2}(F = 2)$ . Время сканирующего импульса  $t = 5$  мкс. Данные приближены Лоренцевскими контурами.

гаемой точке на большом оптическом плече. Общая схема измерения представлена на Рис. 13. Углы между пучками и направлением магнитного поля  $\theta, \psi$ , соответственно, а углы  $\phi, \zeta$  - между поляризациями пучков и плоскостями  $(k_1, B), (k_2, B)$ . Нормированные вектора направлений пучков, поляризаций, а также направления магнитного поля можно записать в базисе осей ловушки как

$$\vec{k}_1 = (0, 1, 0), \quad (65)$$

$$\vec{\epsilon}_1 = (1, 0, 0), \quad (66)$$

$$\vec{k}_2 = (0, 0, 1), \quad (67)$$

$$\vec{\epsilon}_2 = (0, 1, 0), \quad (68)$$

$$\vec{B} = (\cos \phi \sin \theta, \cos \theta, \sin \phi \sin \theta). \quad (69)$$

В таком случае угол между вторым пучком и направлением магнитного поля можно выразить через углы  $\theta, \phi$  как

$$\cos \psi = \frac{(B, n_1)}{|B| \cdot |n_1|} = \sin \phi \sin \theta. \quad (70)$$

Теперь, найдя вектор нормали  $\vec{n}$  к плоскости  $(k_2, B)$

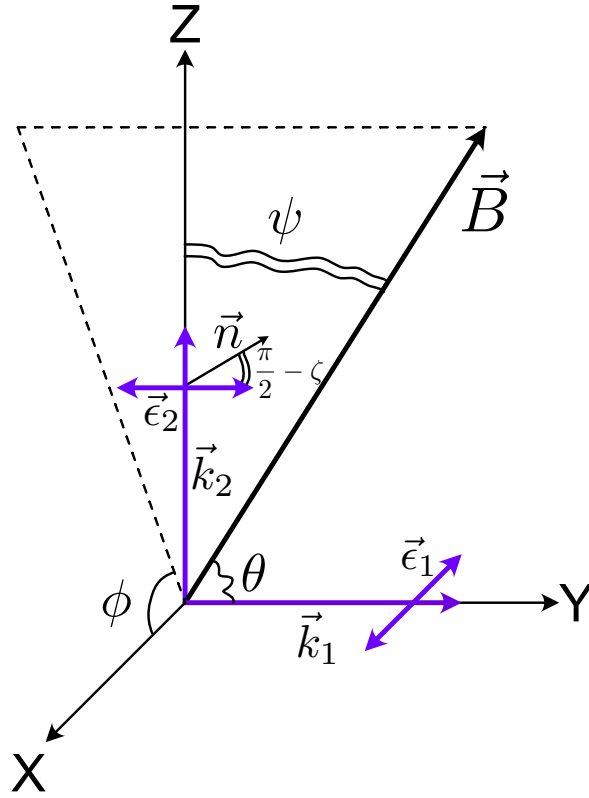


Рис. 13: Общая схема взаимного расположения оптических пучков и магнитного поля в эксперименте по измерению направления магнитного поля.

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos \phi \sin \theta & \cos \theta & \sin \phi \sin \theta \end{vmatrix} = (-\cos \theta, -\cos \phi \sin \theta, 0), \quad (71)$$

можно выразить угол  $\zeta$  как

$$\cos(\pi/2 - \zeta) = \sin \zeta = \frac{(\epsilon_2, n)}{|\epsilon_2| \cdot |n|} = -\frac{\cos \phi \sin \theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \cos^2 \phi \sin^2 \theta}}. \quad (72)$$

Из множества решений, полученных из условий (61-63) для обоих пучков было выбрано единственное, наиболее близко удовлетворяющее условиям (71,72). В результате, направление магнитного поля составляет угол  $\phi = 17^\circ$  относительно индивидуального пучка в плоскости  $(X, Z)$  и угол  $\theta = 42^\circ$  с глобальным пучком.

Изменение направления магнитного поля является одним из способов уменьшения времени перепутывающей операций. Поэтому, зависимость эффективной частоты Раби для рамановского перехода от направления магнитного поля представляет отдельный интерес. Она представлена на Рис.14. Изменение от минимального до максимального значения происходит в пределах промежутков по  $22.5^\circ$ . Таким образом, в экспериментальной реализации важно с достаточной точностью уметь выставлять на-

правление магнитного поля. Это наводит на мысль об использовании катушек с током в качестве источников магнитного поля вместо неодимовых магнитов, хотя временная стабильность поля может ухудшиться.

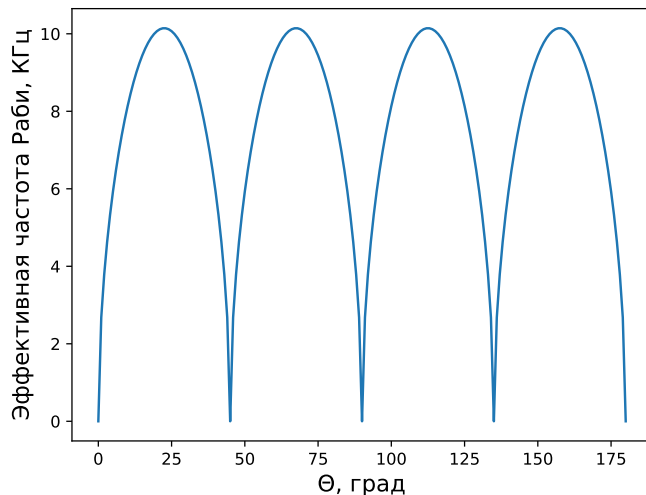


Рис. 14: Эффективная частота Раби для Рамановского перехода между нулевыми магнитными компонентами сверхтонкой структуры в зависимости от угла между волновым вектором пучков индивидуальной адресации и направлением магнитного поля.

## 2.6 Моделирование двухкубитной операции

Для исследования зависимости достоверности операции от различных экспериментальных параметров было проведено численное моделирование динамики системы из двух ионов. Код симуляции реализовывался с использованием библиотеки QuTiP, написанной на языке программирования Python `??`. Приближение двухуровневой системы значительно снижает размерность гамильтониана и ускоряет время вычислений, однако не дает возможности учесть возбуждение и спонтанные распады с промежуточных уровней  $^2D_{3/2}$ -терма. Поэтому, были созданы две модели - упрощенная (2+2 электронных уровня, n колебательных уровней) и полная (9+9 электронных уровней, n уровней общей мода колебаний, m уровней мода растяжения). В начальный момент времени оба иона предполагались находящимися в состоянии  $|0\rangle$ , а распределение по колебательным подуровням отвечало термальному с значением среднего колебательного числа  $\bar{n} = 0.1$ , что является характерным значением после охлаждения на боковых колебательных частотах. Секулярные частоты радиальной и аксиальной колебательных мод составили  $\omega_x = 3.8$  МГц и  $\omega_z = 0.3$  МГц. Эффективная частота Раби для Рамановского

перехода устанавливалась  $\sim 8$  КГц исходя из экспериментально доступной мощности лазерного излучения и предполагаемого размера пучка на ионах. Результатом вычислений является полная матрица плотности на временной сетке, с шагом, подобранным из условия баланса вычислительных затрат и минимизации вычислительных ошибок. На Рис.15 представлены зависимости населенностей парных состояний  $|00\rangle$ ,  $|10\rangle + |01\rangle$  и  $|11\rangle$  от времени, а также график совпадения состояния системы (fidelity) с полностью перепутанным состоянием  $(|00\rangle - i|11\rangle)/\sqrt{2}$ , вычисляемый согласно [47]

$$F(\rho, \rho_0) = \left( \text{Tr} \sqrt{\sqrt{\rho_0} \rho \sqrt{\rho_0}} \right)^2, \quad (73)$$

где  $\rho_0$  - матрица плотности искомого состояния, для данной операции это

$$\rho_0 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}. \quad (74)$$

При извлечении данных считался частичный след по электронному подпространству. Левый график соответствует MS-гейту с постоянной мощностью лазерного излучения в течении операции. Видно, что к моменту времени  $\sim 400$  мкс достигается некоторое перепутанное состояние. Однако, населенность неравномерно распределена между уровнями  $|00\rangle$  и  $|11\rangle$ ,

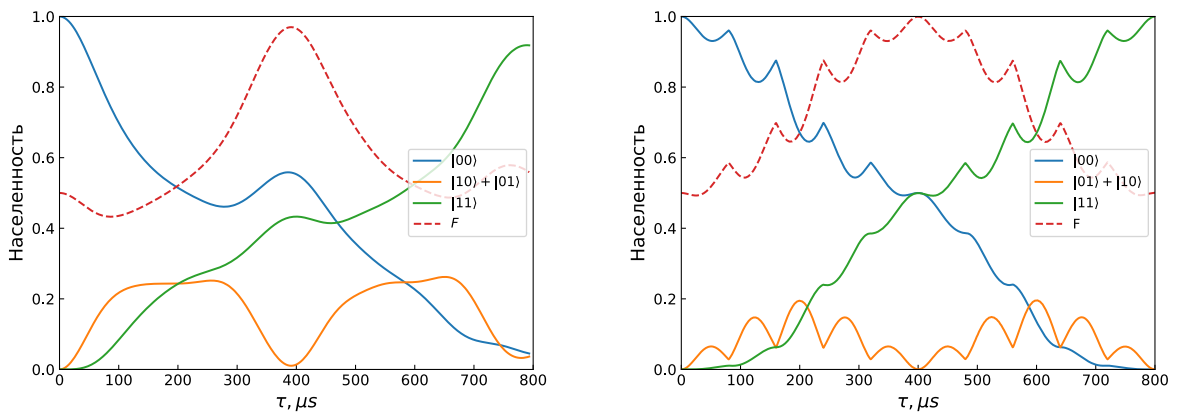


Рис. 15: Зависимость населенностей состояний в системе из двух ионов при реализации перепутывающей операции для постоянной мощности лазерного излучения (слева) и переменной мощности (справа). Пунктирной линией представлена зависимость совпадения (fidelity) текущего состояния системы с искомым полностью перепутанным состоянием  $(|00\rangle - i|11\rangle)/\sqrt{2}$ .



В целом, при вычислениях может быть использовано и такое состояние, однако это необходимо учитывать при транспиляции алгоритма по нативным гейтам для данного вычислителя. Достоверность составляет около 98%. Правый график представляет динамику населенностей системы двух ионов при реализации MS-гейта шейпированным импульсом из 5 сегментов. В момент окончания операции населенности поровну распределены между уровнями  $|00\rangle$  и  $|11\rangle$ . Достоверность операции достигает значения 0.9966. Ошибка в 0.34% определяется заселением промежуточных состояний терма  ${}^2D_{3/2}$  и последующими спонтанными распадами с него. При необходимости, увеличивая отстройку  $\Delta$  в Рамановском переходе можно снизить значение этой ошибки, однако потребуется больше лазерной мощности для сохранения времени операции. Говоря о шейпировании импульсов важно отметить, что выбирая правильную отстройку, а значит и форму импульса, можно добиться горизонтальной полки в достоверности вблизи окончания операции. Это снизит ошибки, связанные с конечным временем включения лазерного излучения, а также ошибку подбора длительности самой операции.

### 3 Непрерывный динамический декаплинг

Увеличение вычислительной мощности квантового вычислителя за счет использования трех и более уровней в одной частице (кудитов) для кодирования состояния является вносит определенные требования к когерентности состояний системы. Зачастую расширение электронного подпространства реализуется за счет использования Зеемановских подуровней с магнитным квантовым числом отличным от нуля. Ввиду зависимости собственной энергии таких уровней от величины магнитного поля в системе появляется сильное взаимодействие с паразитными шумами. В то время, как на внешнее постоянное магнитное поле можно с легкостью ввести поправку, переменные поля, возникающие, например, в следствии протекания переменных токов в области вакуумной камеры сказываются на времени когерентности магниточувствительных атомных уровней. Для подавления нежелательного взаимодействия можно использовать внешнюю защиту: пассивный магнитный щит из пермаллоя [48] или активную петлю обратной связи на катушки с током. Кроме того, можно взаимодействовать и с самой атомной системой, например, реализовать метод непрерывного динамического декаплинга - известную технику подавления декогеренции [38].

#### 3.1 Общие принципы

Рассмотрим влияние флуктуаций магнитного поля на систему из двух Зеемановских уровней  $| - 1 \rangle$  и  $| 1 \rangle$  с магнитными квантовыми числами  $m_f = -1$  и  $m_f = 1$ , соответственно. Взаимодействие описывается гамильтонианом

$$H_B = -g_F \mu_B \delta B(t) \sigma_z, \quad (75)$$

где  $g_F$ - фактор Ланде для полного углового момента  $F$ ,  $\mu_B$  - магнетон бора,  $\delta B(t)$  - флуктуации магнитного поля и, наконец,  $\sigma_z$  - матрица Паули. Отсюда видно, что, ввиду линейной зависимости энергий от магнитного поля, в среде с паразитными шумами фазы состояний подвержены декогеренции, что ограничивает возможность их применения в качестве кудитных состояний. Рассмотрим теперь суперпозиционные состояния

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |-1\rangle), \quad (76)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |-1\rangle). \quad (77)$$

В их базисе гамильтониан принимает форму

$$H_{B\pm} = -g_F\mu_B\delta B(t)(|+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|). \quad (78)$$

Средние энергии новых состояний не зависят от магнитного поля, а значит не подвержены дефазировке в представлении взаимодействия. Однако, наличие недиагональных элементов в гамильтониане означает перенос населенностей между уровнями. Данный эффект имеет резонансную природу и, в основном, обусловлен Фурье-компонентами шума магнитного поля с частотами, близкими к энергии перехода между состояниями  $|+\rangle \leftrightarrow |-\rangle$ . Для (78) она равна нулю, а значит основной вклад дают низкочастотные компоненты шума, что особенно неприятно в условиях эксперимента, поскольку зачастую источниками магнитного шума являются лабораторные источники питания на частоте 50 Гц. Идея непрерывного динамического декаплинга заключается в создании одетых состояний, связывая уровни  $|1\rangle$  и  $|-1\rangle$  электромагнитным полем. В таком случае

$$H_{CCD} = \begin{pmatrix} -g_F\mu_B\delta B(t) & \Omega/2 \\ \Omega/2 & g_F\mu_B\delta B(t) \end{pmatrix}, \quad (79)$$

где  $\Omega$  - частота Раби, определяемая интенсивностью приложенного поля. Тогда в новом базисе получим

$$H_{CCD\pm} = \begin{pmatrix} \Omega/2 & -g_F\mu_B\delta B(t) \\ -g_F\mu_B\delta B(t) & -\Omega/2 \end{pmatrix}. \quad (80)$$

Состояния  $|+\rangle, |-\rangle$  диагонализуют гамильтониан при условии  $\delta B(t) \ll \Omega$ , но в этот раз их собственные энергии отличаются на величину  $\Omega$ . Теперь низкочастотные компоненты магнитного шума далеко от резонанса, и, следовательно, не вызывают переходов. Условие того, что Фурье-компонента будет вызывать перенос населенности либо когда ее частота достаточно близка к  $\Omega$ , либо когда амплитуда достаточна, чтобы уширить переход, может быть кратко записано как

$$\frac{|g_F\mu_B\widetilde{\delta B}(\omega)|}{\hbar|\omega - \Omega|} \geq 1, \quad (81)$$

где  $\widetilde{\delta B}(\omega)$  - амплитуда Фурье-компоненты с частотой  $\omega$ . Эффект декаплинга усиливается с ростом частоты  $\Omega$ , однако существуют и факторы, например, нерезонансное возбуждение близлежащих уровней и дефазировка вследствие флуктуации амплитуды адресующего поля, приводящие к деградации методики в случае слишком большой  $\Omega$ , что приводит к наличию некоторого оптимального значения.

### 3.2 Декаплинг в ионе $^{171}\text{Yb}^+$

В качестве кукварта - кудита с 4-мя состояниями для кодирования информации, в ионе выбрано основное состояние  $^2S_{1/2}(F = 0) = |g\rangle$  и три уровня на квадрупольном переходе  $^2D_{3/2}(F = 2, m_F = 0, \pm 1) = |0\rangle, |1\rangle, |-1\rangle$ . Стоит заметить, что оставшиеся два Зеемановских подуровня  $^2D_{3/2}(F = 2, m_F = \pm 2)$  также могут быть использованы для записи информации. В данном случае они не используются, поскольку с точки зрения квантовых алгоритмов цепочка из  $N$  4-х уровневых частиц эквивалентна  $2N$  кубитному квантовому компьютеру, кроме того, было бы необходимо сильно усложнить схему для защиты этих состояний от флуктуаций магнитного поля. Правила отбора запрещают непосредственный переход между состояниями  $|-1\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ , поэтому используется промежуточный уровень  $|0\rangle$ . Гамильтониан невозмущенного кукварта может быть записан как

$$H_0 = \begin{pmatrix} -\omega_{opt} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_1 \end{pmatrix}, \quad (82)$$

где  $\omega_{opt} = 2\pi \times \frac{c}{435.5 \text{ nm}}$  - частота перехода между основным состоянием и термом  $^2D_{3/2}(F = 2)$ . Важно, что в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  большой квадратичный Зеемановский сдвиг, благодаря чему  $\omega_{-1} \neq \omega_1$  и возникает возможность индивидуального возбуждения переходов между избранной парой Зеемановских подуровней, без затрагивания при этом остальных магнитных компонент. В этом состоит важное преимущество используемого иона при реализации данной методики. Пусть теперь одновременно работают два возбуждающих поля с частотами Раби, частотами излучения и фазами  $\Omega_1, \omega_{D1}, \phi_1$  и  $\Omega_2, \omega_{D2}, \phi_2$ , соответственно, для которых выполняется ограничение  $\omega_{D1} + \omega_{D2} = \omega_1 - \omega_{-1}$ . Таким образом, суммарная частота адресующих полей равна расстоянию между уровнями  $|1\rangle$  и  $|-1\rangle$ . Гамильтониан возмущения может быть записан как

$$H_D = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_1 e^{-i\omega_{D1}t - i\phi_1} & 0 \\ 0 & \Omega_1 e^{i\omega_{D1}t + i\phi_1} & 0 & \Omega_2 e^{-i\omega_{D2}t - i\phi_2} \\ 0 & 0 & \Omega_2 e^{i\omega_{D2}t + i\phi_2} & 0 \end{pmatrix}. \quad (83)$$

Вводя параметризацию  $\omega_{D2} - \omega_1 = \Delta$  и переходя во вращающуюся систему отсчета

$$H_{rot} = e^{iAt}(H_0 + H_D - A)e^{-iAt}, \quad (84)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -\omega_{opt} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{-1} + \Delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_1 + \Delta \end{pmatrix}, \quad (85)$$

можно получить результирующее выражение в форме

$$H_{RWA} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\Delta & \Omega_1 e^{i\phi_1} & 0 \\ 0 & \Omega_1 e^{-i\phi_1} & 0 & \Omega_2 e^{i\phi_2} \\ 0 & 0 & \Omega_2 e^{-i\phi_2} & -2\Delta \end{pmatrix}. \quad (86)$$

Среди возможных наборов собственных значений и векторов выделяются два частных случая. Они подробнее рассмотрены в следующих двух секциях.

### 3.3 Одночастотный декаплинг

Пусть зафиксированы следующие параметры  $\Delta = -\frac{\omega_1 + \omega_{-1}}{2}$ ,  $\phi_1 = \phi_2 = 0$  и  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega \ll \Delta$ . Такая конфигурация соответствует Рамановскому переходу между состояниями  $|1\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  вблизи уровня  $|0\rangle$ . Двухфотонный процесс позволяет избежать запрета на переход из-за правил отбора.

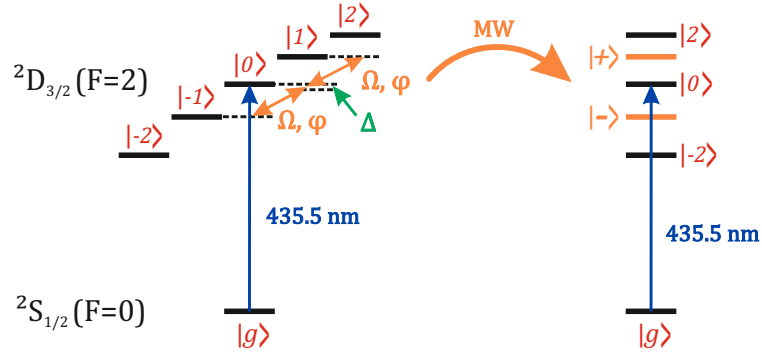


Рис. 16: Схема одночастотного непрерывного динамического декаплинга. Оранжевые стрелки демонстрируют связывающие радиочастотные поля с соответствующими фазами и частотами Раби. Переход слева направо отражает изменение собственных состояний системы под воздействием радиочастотного поля. Черным отмечены уровни, не претерпевающие изменений, тогда как оранжевым показаны новые суперпозиционные состояния, определяемые взаимодействием с возбуждающими полями.

Для этого случая получается следующий набор собственных состояний  $\{|g\rangle, |0\rangle, |+\rangle, |-\rangle\}$  со значениями собственных энергий  $E = \{0, \Omega^2/(2\Delta), -\Delta - \Omega^2/(2\Delta), -\Delta\}$ , соответственно. Можно заметить, что состояния  $|-\rangle$  и  $|+\rangle$  отделены на величину эффективной частоты Раби  $\Omega_e = \frac{\Omega^2}{2\Delta}$ . В то же время, состояние  $|0\rangle$  испытывает Штарковский сдвиг той же величины. Эта схема обладает как достоинствами, так и некоторыми недостатками. Как говорилось ранее, отделение состояний  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  по энергии обеспечивает защиту от переноса населенности между этими уровнями любыми Фурье-компонентами шумов магнитного поля с частотой меньше  $\Omega_e$ . Кроме того, схема задействует только состояния  $|1\rangle$  и  $|-1\rangle$  (за исключением Штарковского сдвига состояния  $|0\rangle$ ). Следовательно, все методы манипуляции квантовым состоянием других уровней остаются без изменений. Например, двух-кудитный MS-гейт на состояниях  $|g\rangle$  и  $|0\rangle$  может быть воспроизведен в точности, как описано в секции 2.1. Также, как будет описано далее, манипулировать новыми состояниями  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  можно при помощи бихроматических лазерных полей, что не является усложнением установки, поскольку они итак присутствуют в реализации перепутывающих операций. С другой стороны, полоса подавления шумов магнитного поля в данной схеме значительно ограничена частотой перехода между Зееманскими компонентами, как

$$\Omega_e \ll \Omega \ll \Delta = \frac{\omega_1 + \omega_{-1}}{2}. \quad (87)$$

Поэтому, например, в магнитном поле, задающем ось квантования, величиной  $B \approx 8$  Гс, только шумы с частотами ниже 1 кГц будут подавлены. Стоит, однако, отметить, что в условиях низко-частотного шума или при сильных задающих полях данный метод является наиболее удобным и простым в реализации.

### 3.4 Двухчастотный декаплинг

Прошлая схема опирается на тот факт, что радиочастотное поле относительно далеко отстроено от переходов  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  и  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ . Следовательно, населенность состояния  $|0\rangle$  не зависит от состояний  $|-1\rangle$  и  $|1\rangle$ . В качестве альтернативного подхода, можно реализовать резонансную связь уровней  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  и  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ . Такая конфигурация отвечает условию  $\Delta = 0$ . Кроме того, пусть  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ ,  $\phi_1 = 0$  и  $\phi_2 = \phi$ . Собственные состояния в такой системе могут быть записаны как

$$|\tilde{g}\rangle = |g\rangle, \quad (88)$$

$$|\tilde{+}\rangle = \frac{1}{2}(e^{i\phi}|-1\rangle + |1\rangle + \sqrt{2}e^{i\phi}|0\rangle), \quad (89)$$

$$|\tilde{-}\rangle = \frac{1}{2}(e^{i\phi}|-1\rangle + |1\rangle - \sqrt{2}e^{i\phi}|0\rangle), \quad (90)$$

$$|\tilde{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-e^{i\phi}|-1\rangle + |1\rangle). \quad (91)$$

Соответствующие собственные энергии равны  $E = \{0, \frac{\Omega}{\sqrt{2}}, -\frac{\Omega}{\sqrt{2}}, 0\}$ . Важно, что энергия состояния  $|\tilde{0}\rangle$  не зависит ни от амплитуды магнитного поля ни от частоты Раби возбуждающего поля. В свою очередь, состояния  $|\tilde{+}\rangle$  и  $|\tilde{-}\rangle$  защищены от флуктуаций магнитного поля, но чувствуют нестабильность частоты Раби  $\Omega$ .

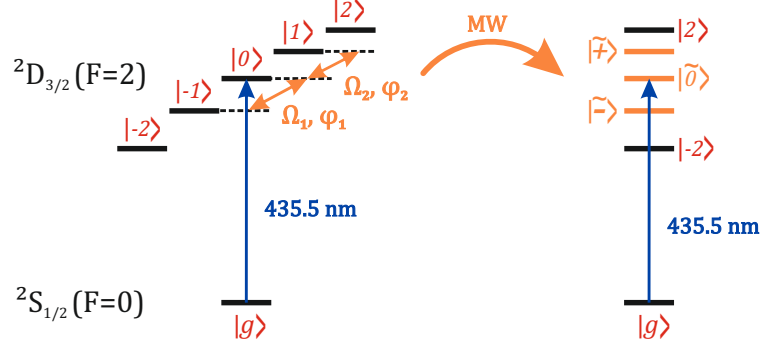


Рис. 17: Схема двухчастотного непрерывного динамического декаплинга. Оранжевые стрелки демонстрируют связывающие радиочастотные поля с соответствующими фазами и частотами Раби. Переход слева направо отражает изменение собственных состояний системы под воздействием радиочастотного поля. Черным отмечены уровни, не претерпевающие изменений, тогда как оранжевым показаны новые суперпозиционные состояния, определяемые взаимодействием с возбуждающими полями.

Преимущество данной схемы заключается в большем диапазоне подавляемых частот флуктуирующего магнитного поля, поскольку требуется выполнение только условия  $\Omega \ll -(\omega_1 + \omega_{-1})$ , что является более мягким требованием чем (87) для одночастотной схемы. С другой стороны, такая схема непосредственно задействует состояние  $|0\rangle$ , и оно более не может быть использовано для кодирования информации отдельно от состояний  $|1\rangle$  и  $|-1\rangle$ .

### 3.5 Манипулирование кудитным состоянием

Однокудитная операция в ионной платформе не имеет отличия от однокубитной. Приложение резонансного электромагнитного поля к переходу вызывает вращение на сфере Блоха относительно некоторой оси в экваториальной плоскости, определяемой относи-

тельной фазой поля и кудита  $\phi_s$ . Гамильтониан такой операции можно задать как

$$H_{sq} = \frac{\Omega_s}{2} \begin{pmatrix} 0 & e^{i\phi_s} \\ e^{-i\phi_s} & 0 \end{pmatrix}, \quad (92)$$

где  $\Omega_s$  - частота Раби возбуждающего поля,  $\phi_s$  - фаза, задающая ось вращения. Для того, чтобы понять, какие импульсы потребуются для управления состояниями в новом базисе, нужно сделать переход к оригинальному базису Зеемановских уровней. При подобном преобразовании возникают осциллирующие члены, отражающие энергетические сдвиги одетых состояний. Для одночастотной схемы можно записать

$$H_{sq}^{g+} = \frac{\Omega_s}{2} (e^{-i\phi_s} |+\rangle \langle g| + h.c.) \rightarrow \frac{\Omega_s}{2\sqrt{2}} [e^{-i\phi_s - i\omega_{opt}t + i\Omega_e t} (e^{-i\omega_1 t} |1\rangle + e^{-i\omega_{-1} t} | - 1\rangle) \langle g| + h.c.], \quad (93)$$

$$H_{sq}^{g-} = \frac{\Omega_s}{2} (e^{-i\phi_s} |-\rangle \langle g| + h.c.) \rightarrow \frac{\Omega_s}{2\sqrt{2}} [e^{-i\phi_s - i\omega_{opt}t} (e^{-i\omega_1 t} |1\rangle - e^{-i\omega_{-1} t} | - 1\rangle) \langle g| + h.c.]. \quad (94)$$

Таким образом, полный набор однокудитных операций при реализации схемы одночастотного непрерывного динамического декаплинга может быть организован при помощи бихроматического излучения. Его компоненты либо резонансны (для  $|g\rangle \leftrightarrow |+\rangle$ ), либо отстроены на величину  $-\Omega_e$  (для  $|g\rangle \leftrightarrow |-\rangle$ ) от переходов между  $|g\rangle$  и  $|1\rangle, |-1\rangle$ . Относительная фаза между компонентами излучения определяет какой именно переход произойдет. Эффективная частота Раби для перехода в  $\sqrt{2}$  раза больше частоты Раби каждой из компонент.

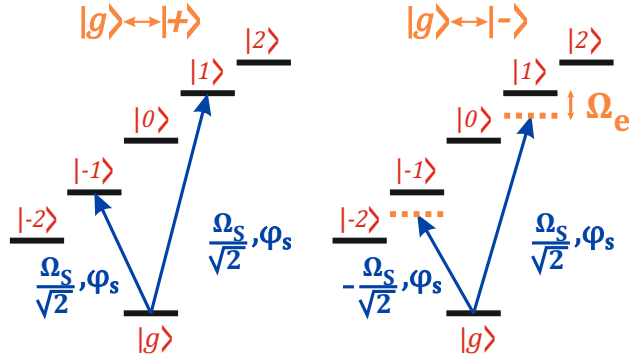


Рис. 18: Конфигурация лазерных полей для реализации однокудитных вращений для схемы одночастотного непрерывного динамического декаплинга.

Аналогичным способом можно получить конфигурации полей для схемы двухчастотного декаплинга, где задача немного усложняется:

$$H_{sq}^{\tilde{g}+} = \frac{\Omega_s}{2} (e^{-i\phi_s} |\tilde{+}\rangle \langle g| + h.c.) \rightarrow \frac{\Omega_s}{4} [e^{-i\phi_s - i\omega_{opt}t - i\Omega t/\sqrt{2}} (e^{i\phi - i\omega_{-1} t} |1\rangle + e^{-i\omega_1 t} | - 1\rangle) + \sqrt{2} e^{i\phi} |0\rangle) \langle g| + h.c.], \quad (95)$$



$$H_{sq}^{\tilde{g}^-} = \frac{\Omega_s}{2}(e^{-i\phi_s}|\tilde{-}\rangle\langle g| + h.c.) \rightarrow \frac{\Omega_s}{4} \left[ e^{-i\phi_s - i\omega_{opt}t + i\Omega t/\sqrt{2}}(e^{i\phi - i\omega_{-1}t}|1\rangle + e^{-i\omega_{-1}t}|-1\rangle) - \sqrt{2}e^{i\phi}|0\rangle \right] \langle g| + h.c. \quad (96)$$

$$H_{sq}^{\tilde{g}^0} = \frac{\Omega_s}{2}(e^{-i\phi_s}|\tilde{0}\rangle\langle g| + h.c.) \rightarrow \frac{\Omega_s}{2\sqrt{2}} \left[ e^{-i\phi_s - i\omega_{opt}t}(-e^{i\phi - i\omega_{-1}t}|1\rangle + e^{-i\omega_{-1}t}|-1\rangle) \right] \langle g| + h.c. \quad (97)$$

Следовательно, для возбуждения состояний  $|\tilde{\pm}\rangle$  потребуется трихроматическое излучение, тогда как для возбуждения состояния  $|\tilde{0}\rangle$  достаточно бихроматического поля.

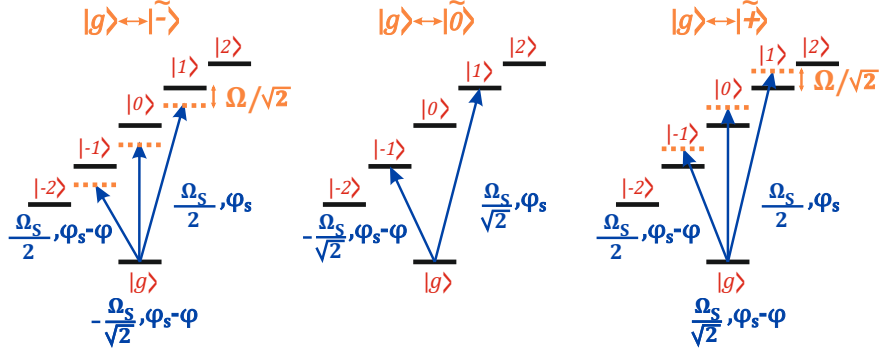


Рис. 19: Конфигурация лазерных полей для реализации однокудитных вращений для схемы двухчастотного непрерывного динамического декаплинга.

В случае кукварта, двухкудитный MS-гейт на любой паре уровней достаточен для получения полного универсального набора операций [мишаня 2022, погорелов 2021]. Поэтому схема одночастотного декаплинга не требует изменений в процедуре создания запутанных состояний, поскольку пара уровней  $|g\rangle$  и  $|0\rangle$  идеально подходят для таких гейтов и не связаны с другими уровнями радиочастотными полями. В случае двухчастотного декаплинга потребуется слегка изменить процедуру перепутывания. Поскольку создание одетых состояний задействует только внутренние степени свободы ионов, а коммутационные соотношения для операторов  $|\tilde{0}\rangle\langle g|$ ,  $|g\rangle\langle\tilde{0}|$ ,  $|g\rangle\langle g|$ ,  $|\tilde{0}\rangle\langle\tilde{0}|$  точно такие же, как и для  $|0\rangle\langle g|$ ,  $|g\rangle\langle 0|$ ,  $|g\rangle\langle g|$ ,  $|0\rangle\langle 0|$ , все результаты для динамики в классическом MS-гейте сохраняются, если заменить  $|0\rangle$  во всех операциях на  $|\tilde{0}\rangle$ . Таким образом, для реализации MS-гейта требуется не бихроматическое поле, а поле с 4-мя частотными компонентами, слегка отстроенными от переходов  $|g\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|g\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$ . Такие поля

можно сгенерировать посылая сигнал с генератора сигналов произвольной формы на акусто-оптический модулятор.

## 4 Экспериментальная установка

### 4.1 Ионная ловушка

Для целей текущей работы была построена линейная ловушка Пауля типа электрод-лезвие. Одна пара электродов заземлена, на вторую пару подается высокочастотное поле с частотой 30.89 МГц. Эти электроды способствуют удержанию частицы в направлениях перпендикулярно оси ловушки. Пара торцевых электродов с равными напряжениями порядка 100 В, создающими квадратичный потенциал, осуществляет удержание ионов в направлении вдоль оси ловушки. Торцевые электроды имеют форму трубки с сужением в сторону центра ловушки, что дает возможность оптического доступа и, одновременно, высокой степени однородности поля в центре ловушки. Ловушка и объектив адресации разварены на фланец вакуумной камеры, в которой поддерживается давление не выше  $10^{-10}$  мбар. Проводящие золотистые части (Рис.20) выполнены из меди, в то время как непроводящие белые элементы выполнены из алюмооксидной керамики. Материалы обладают практически равным коэффициентом теплового расширения, за счет чего уменьшается вклад ошибок, связанных с флуктуацией температуры вакуумной камеры. Корпус камеры имеет жидкостное охлаждение, где в качестве охлаждающей жидкости используется спирт при температуре  $-100^{\circ}\text{C}$ .

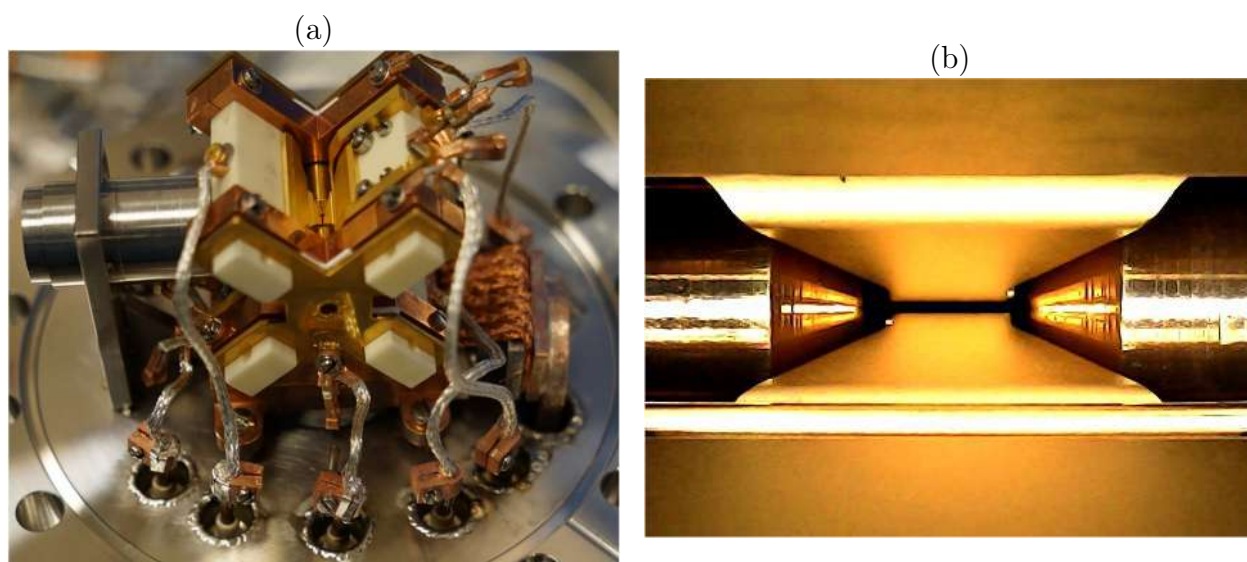


Рис. 20: а) Общий вид ловушки и объектива адресации, закрепленных на фланце вакуумной камеры. б) Увеличенное изображение электродов ловушки

## 4.2 Система охлаждения, ионизации и перекачки

К вибрационно-устойчивой плите по оптическим волокнам поступает излучение от четырех лазерных источников на длинах волн 369, 399, 760 и 935 нм. Первые два лазера используются в процессах фотоионизации (1.2) и доплеровского охлаждения (1.5). Лазерное излучение на длине волны 935 нм реализует перекачку населенности из долгоживущего состояния  $^2D_{3/2}$  и используется в процессах подготовки начального состояния (1.7), доплеровского охлаждения (1.5) и охлаждения на боковых колебательных частотах (1.6).

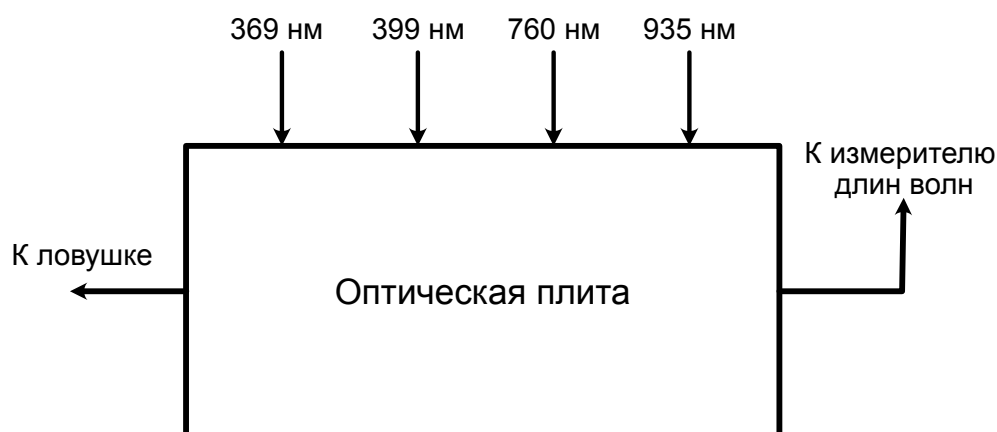


Рис. 21: Принципиальная схема оптической плиты охлаждения.

Излучение на длине волны 760 нм позволяет перекачать населенность из метастабильного состояния  $^2F_{7/2}$ . Ион может выпасть в него в результате соударения с частицами буферного газа или с другим ионом. Плита содержит множество зеркал, линз и поляризационных элементов для создания пучков с правильными геометрическими и оптическими свойствами, а также все необходимые электрооптические модуляторы - для создания боковых частотных компонент с требуемой отстройкой и акустооптические модуляторы для быстрого включения или выключения, а также тонкой подстройки частоты излучения. Часть излучения ответвляется и посылается на измеритель длин волн для стабилизации частот лазеров. Основная мощность подводится к ионной ловушке по оптическим волокнам. Непосредственно на корпусе вакуумной камеры закреплены дополнительные оптические плиты для стабилизации интенсивности и поляризации заводимого в ловушку излучения.

### 4.3 Система адресации

В текущей системе квантовые операции как для оптического, так и для радиочастотного кудитов осуществляются на квадрупольном переходе с длиной волны 435 нм при помощи резонансного возбуждения или стимулированного Рамановского перехода, соответственно. Стабилизированное лазерное излучение (4.4) разделяется на 3 части. В двух из них формируются пучки индивидуальной адресации и заводятся в ловушку по открытому каналу и далее через внутривакуумный объектив, формируя пятно диаметром 2 мкм на ионе. Вдоль оптического пути находятся последовательные акустооптический модулятор и дефлектор, что позволяет прецизионно контролировать частоту и направление пучков. Ось смещения пучка совпадает с осью ловушки, что позволяет направлять пучок на избранный ион, не возмущая состояние соседних с ним. Последняя часть излучения формирует т.н. глобальный пучок. На оптическом пути находится электрооптический модулятор с частотой 12.6 ГГц, совпадающей с частотой сверхтонкого расщеления основного состояния иона, используемый, соответственно, в реализации Рамановского перехода. Кроме того, пучок проходит через пару акустооптических модуляторов. Суммарное смещение частоты глобального пучка (не считая ЭОМа) совпадает со смещением частоты индивидуального пучка, прошедшего через последовательные АОМ и АОД. Направление глобального пучка фиксированно, диаметр его перетяжки подбирается из условия перекрытия всей ионной цепочки. Для удобства он заводится в ловушку не по открытому каналу, а через оптоволоконный кабель.

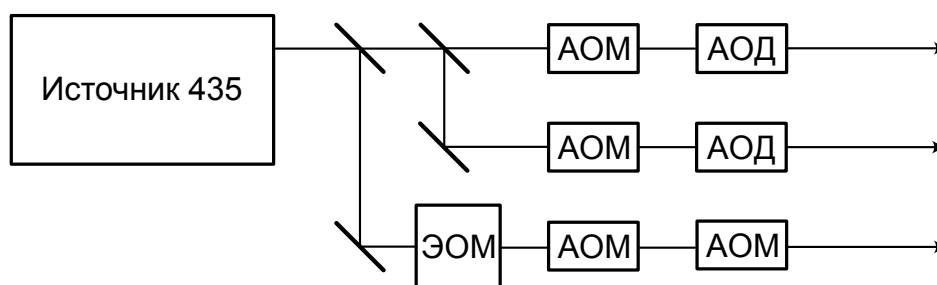


Рис. 22: Принципиальная схема системы адресации.

### 4.4 Система стабилизации лазера адресации

Адресации ионов на квадрупольном переходе происходит с использованием излучения на длине волны 435 нм. Оно генерируется путем суммирования двух волоконно-

усиленных лазеров с длинами волн 1560 нм и 1971 нм, образуя красный свет на длине волны 871 нм. Затем частота последнего удваивается в оптическом резонаторе. Максимальная мощность на выходе составляет более 4 Вт. Частота излучения стабилизируется методом фазовой привязки к другому лазерному источнику на длине волны 871. Последний, в свою очередь, привязан к ультрастабильному резонатору Фабри-Перо методом Паунда-Древера-Хола и имеет ширину  $\sim 1$  Гц. Полная схема продемонстрирована на Рис.23.

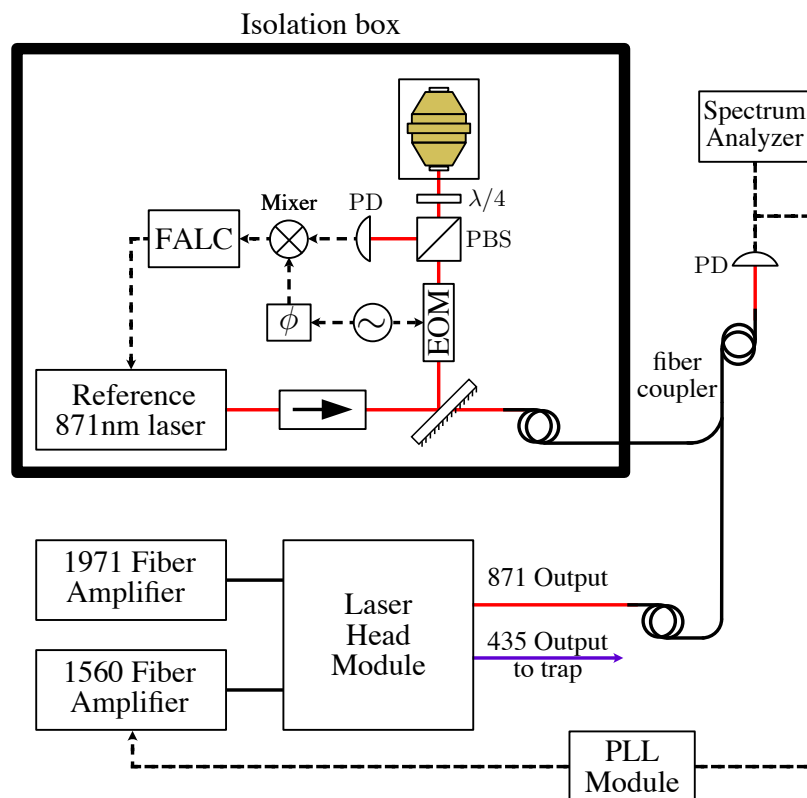


Рис. 23: Система стабилизации адресующего лазера. Стабилизация производится методом фазовой привязки к опорному источнику с шириной линии  $< 1$  Гц, стабилизированному методом Паунда-Древера-Холла по высокочастотному резонатору Фабри-Перо. Петля обратной связи в фазовой привязке реализована на базе PID контроллера RedPitaya и программного обеспечения, находящегося в свободном доступе.

Биения сигналов рождаются при интерференции внутри оптического волокна и детектируются фотодиодом с полосой 100 МГц. Сигнал с фотодиода передается на блок фазовой привязки, организованный на базе 2x-канального PID-контроллера и специализированного программного обеспечения. Петля обратной связи настроена таким образом, что биения поддерживаются на частоте 15 МГц. Переход в режим привязки можно определить по резкому сужению спектра на спектроанализаторе. Параметры

PID подбираются таким образом, чтобы ширина спектра в режиме привязки была минимальной. Характерный вид спектра биений продемонстрирован на Рис. 27.

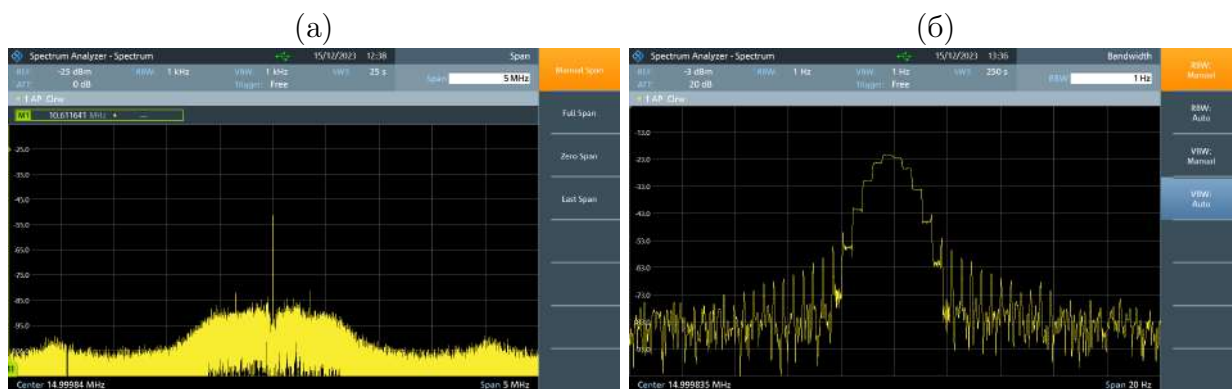


Рис. 24: Сигнал биений лазера адресации и опорного источника в состоянии фазовой привязки. а) Параметры PID контроллера подбираются исходя из минимизации полки шумов. б) Результирующая ширина линии лазера адресации  $< 4$  Гц.

## 4.5 Система считывания

Система считывания состоит из устройств считывания, таких как sCMOS камеры или мультиканальные фотоэлектронные умножители (ФЭУ), а также оптических элементов для переключения между устройствами считывания и обеспечения достаточного коэффициента увеличения для одновременного разрешения всей ионной цепочки при минимальном значении ошибки перекрестного детектирования. Система имеет две стадии увеличения. После объектива считывания характерный масштаб расстояний между ионами увеличивается в 10 раз и составляет  $\sim 50$  мкм. Такое увеличение уже позволяет различить ионы и произвести грубую настройку. На второй стадии изображение ионов приобретает дополнительное десятикратное увеличение. В случае считывания при помощи мультиканального ФЭУ рассеянные фотоны попадают на гребенку оптических волокон, учитывающую неэквидистантность ионов в цепочке. Таким образом каждый ион соответствует конкретному каналу ФЭУ, что позволяет производить одновременное считывания состояния всех ионов цепочки.

Процедура считывания основана на принципе детектирования флуоресценции ионов под воздействием лазерного излучения на длине волны 369 нм в цикле охлаждения. В зависимости от состояния иона флуоресценция может либо наблюдаться (ион рассеивает фотоны), что отражается в увеличенном количестве регистрируемого света, либо быть подавлена – в этом случае наблюдаются лишь фотоны, соответствующие па-

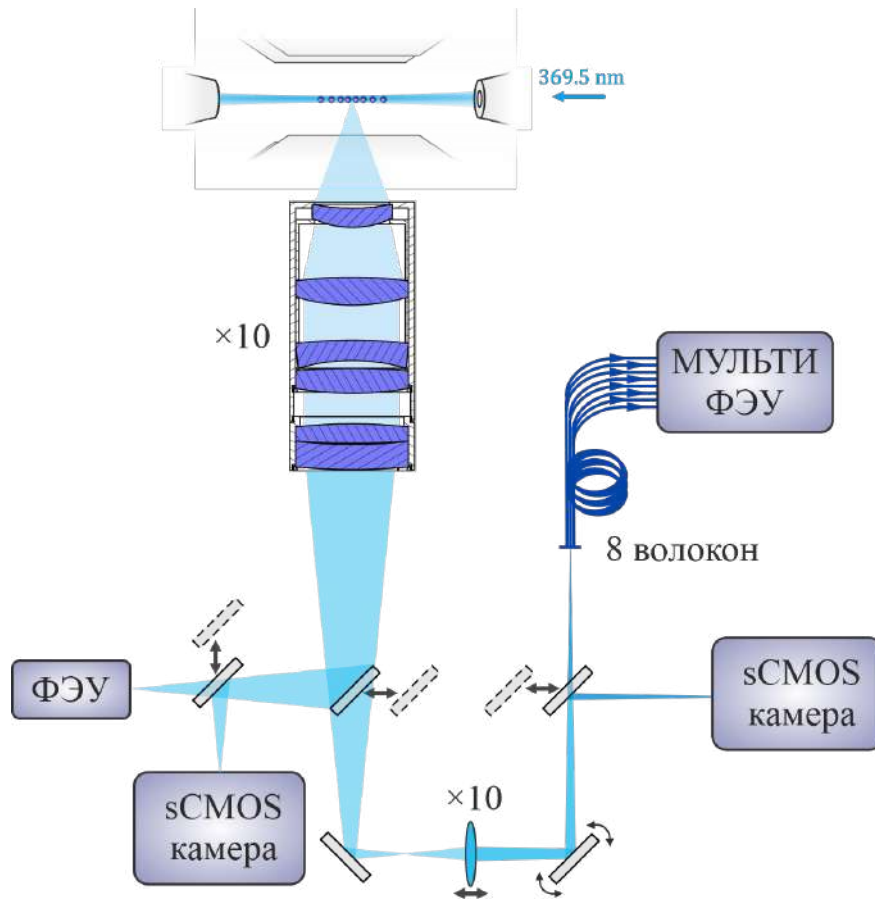


Рис. 25: Принципиальная схема системы считывания состояния ионов (вид сверху).

разитной засветке (отражения от электродов, флуоресценция соседних ионов, темновые отсчеты). Время детектирования составляет  $t = 5$  мс. Для процедуры специфицируется значение дискриминаторов (Рис. 26), различающих состояния ионов по количеству детектированных фотонов. При детектировании можно определить населенность квантового состояния, как доля экспериментов, в которых число фотонов превысило значение дискриминатора.

## 5 Эксперимент по динамическому декаплингу

Экспериментальные данные были получены на цепочке из 5 ионов. Измеренные секулярные частоты ловушки вдоль осей составили  $\omega_x, \omega_y, \omega_z = 2\pi \times 3.88, 3.95, 0.16$  МГц. Задающее магнитное поле создавало расщепление Зеемановских компонент термина  $^2D_{3/2}$ :  $\omega_{m_i, m_{i+1}} \approx 2\pi \times [6465 - 11m_i]$  кГц, где  $m_i$  - магнитное квантовое число для соответствующего уровня. Таким образом,  $\omega_{-1,0} - \omega_{0,1} \approx 11$  кГц. На текущем этапе отсутствует пассивная магнитная защита, но каждый запуск эксперимента синхронизирован с основной линией питания установки. Перед каждым измерением цепочка



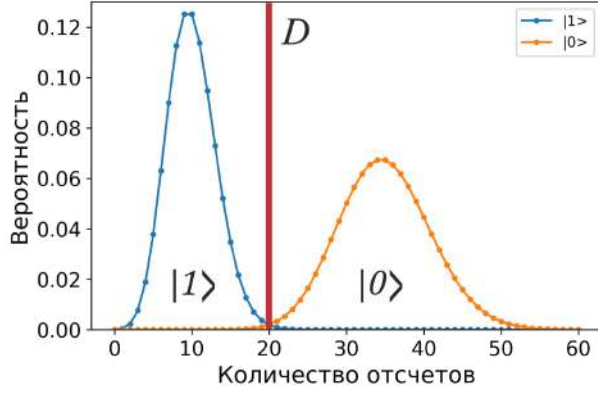


Рис. 26: Статистика количества зарегистрированных отсчетов для одного из ионов в цепочке. Красная линия показывает значение дискриминатора, оптимизирующее достоверность считывания.

Доплеровски охлаждалась в течение 6 мс. Для целей текущего эксперимента охлаждение до основного колебательного состояния не требовалось. Затем, в течении 10 мкс производилась перекачка населенности в начальное состояние  ${}^2S_{1/2}(F=0) = |0\rangle$ . После чего лазерные пучки блокируются механическим затвором. Как было сказано ранее, манипуляция кудитными состояниями реализовывалось при помощи лазерной системы адресации с источником на длине волны 435 нм. Система предоставляет возможность индивидуального возбуждения выбранного иона. Паразитные возбуждения соседних частиц составляют 3-10% в зависимости от номера иона. Сигналы на АОМы и АОДы подаются с цифровых генераторов (DDS). При получении полихроматического излучения для манипуляции состоянием кубитов, подверженных динамическому декаплингу, сигнал с нескольких каналов DDS смешивался перед входом АОМов. Радиочастотный сигнал, используемый в схеме декаплинга, подавался на компенсирующие электроды ловушки. Он также генерируется другой парой DDS. Все генераторы являются фазово когерентными, что позволяет контролировать их относительные фазы и амплитуды. После осуществления необходимых манипуляций, квантовое состояние ионов детектируется согласно (4.5). Для измерения населенностей верхних кудитных уровней в конце эксперимента к иону с номером  $k$ , прикладывается  $\pi$ -импульс, резонансный с переходом  ${}^2S_{1/2}(F=0) \leftrightarrow {}^2D_{3/2}(F=2, m_f = k-3)$ . Таким образом, вероятность обнаружить сигнал флуорисценции  $k$ -го иона пропорционален населенности уровня  ${}^2D_{3/2}(F=2, m_f = k-3)$  в конце эксперимента. Населенность уровня  ${}^2S_{1/2}(F=0)$  определялась из условия нормировки.

## 5.1 Калибровка экспериментальной установки

Калибровка радиочастотных полей, используемых для схемы декаплинга, производилась по наблюдению осцилляций Раби между магнитными подуровнями состояния  $^2D_{3/2}(F=2)$ . Эффективная частота Раби для схемы одночастотного декаплинга составила  $\Omega_e = 2\pi \times 1.5$  кГц, а для двухчастотного декаплинга  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega = 2\pi \times 3.3$  кГц. Относительные фазы и амплитуды Фурье-компонент в полихроматических лазерных пучках, необходимых для взаимодействия с каждым конкретным кудитным состоянием под воздействием декаплинга, были найдены спектроскопически для компенсации возможных задержек и потерь в кабелях и комбинаторах сигналов. Для этого первоначально устанавливались параметры в соответствии с теорией, изложенной в предыдущем разделе. Далее, проводилась спектроскопия всех переходов между  $|g\rangle$  и верхними состояниями кудита  $|0\rangle, |-\rangle, |+\rangle$  с использованием слабых и длинных лазерных импульсов для разрешения всех переходов. После, относительные амплитуды и фазы были подстроены для минимизации паразитных возбуждения любых других переходов, кроме целевого.

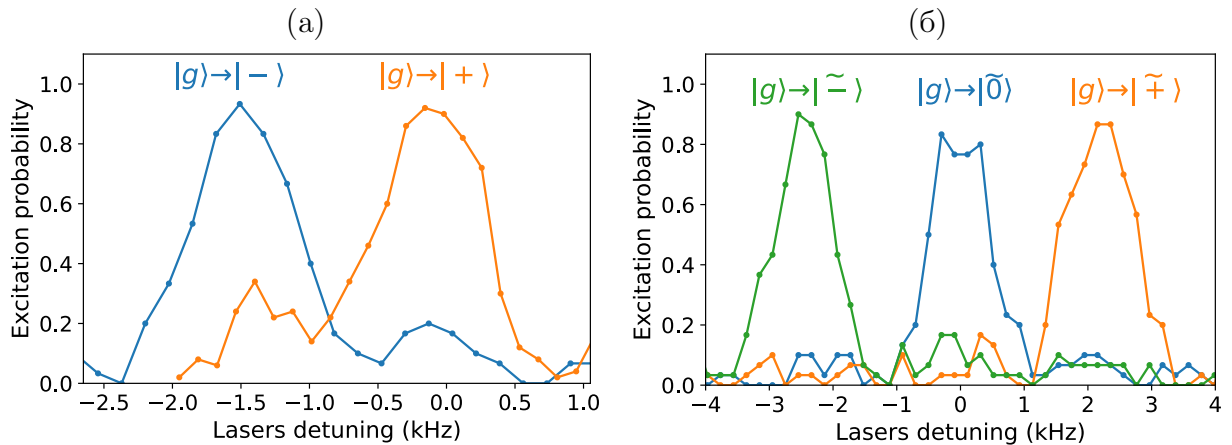


Рис. 27: Спектроскопия состояний под воздействием динамического декаплинга после оптимизации адресации лазерных полей. Разные цвета соответствуют конфигурациям лазерных пучков, созданных для адресации только определенного одетого состояния. Точками показаны экспериментальные данные, а сплошными линиями - теоретическая кривая. (а) Одночастотная схема декаплинга. (б) Двухчастотная схема декаплинга.

В одночастотном случае видно, что паразитные возбуждения созданных состояний не полностью подавляются из-за декогеренции, возникающей из-за флуктуаций магнитного поля. Очевидно, что в этом случае эффективная частота Раби недостаточна для снятия зависимости состояний от всех флуктуаций. Ее увеличение, однако,

привело бы к слишком сильному нерезонансному возбуждению состояния  $|0\rangle$ . С другой стороны, двухчастотная схема декаплинга позволяет применить более сильные поля и, таким образом, лучше защитить состояния от флуктуаций магнитного поля.

## 5.2 Результаты эксперимента

На Рис.28 представлена зависимость видности в Рэмси-эксперименте от времени между анализирующими импульсами для разных схем динамического декаплинга и разных состояний. В измерении пара  $\pi/2$ -импульсов, резонансных с переходом между состоянием  $|g\rangle$  и исследуемых, прикладываются к иону с разной по длительности задержкой. Сканирование частоты лазерного поля при фиксированном времени между импульсами позволяет получить картину осцилляций Рэмси. Каждая точка являлась усреднением 300 измерений. Полученная картина осцилляций приближалась теоретической кривой [Риле], откуда потом извлекалось значение видности. Зависимость видности от задержки между  $\pi/2$ -импульсами приближалась кривой  $f(t) = a \exp -t/\tau$ , где  $\tau$  - время когерентности ( $T_2^*$ ), а  $t$  - время между импульсами. Длительность импульсов составляла 6 мкс, что является характерным значением для времени однокубитной операции в квантовых вычислениях. Это необходимо для того, чтобы убедиться в эффективности метода декаплинга при таких скоростях операций.

Как видно из Рис.28, в отсутствие динамического декаплинга состояние  $|0\rangle$  демонстрирует относительно большое время когерентности  $T_2^*$  16 мс. Эта величина ограничена не флуктуациями магнитного поля, а стабильностью частоты адресующего лазера, что было подтверждено как сравнением стабильности лазера с другими опорными источниками, так и повторением Рэмси-эксперимента при различных задающих магнитных полях, влияющих на чувствительность энергетического уровня к флуктуациям. Время когерентности магниточувствительного состояния  $|1\rangle$ , с другой стороны, составляет всего порядка 1 мс, что ограничивает его применение в квантовых вычислениях. При использовании схемы одночастотного динамического декаплинга время когерентности созданных состояний  $|-\rangle$  и  $|+\rangle$  увеличивается до 5 мс. Однако, как уже говорилось, используемая эффективная частота Раби оказывается недостаточной для подавления всех шумов, поэтому это значение все равно меньше, чем для состояния  $|0\rangle$  без использования каких-либо схем. В случае двухчастотного декаплинга получены лучшие результаты: новое состояние  $|\tilde{0}\rangle$  показывает то же время когерентности, что и  $|0\rangle$ , тогда как  $T_2^*$  для  $|\tilde{+}\rangle$  и  $|\tilde{-}\rangle$  достигает 9 мс - на порядок больше, чем исходные

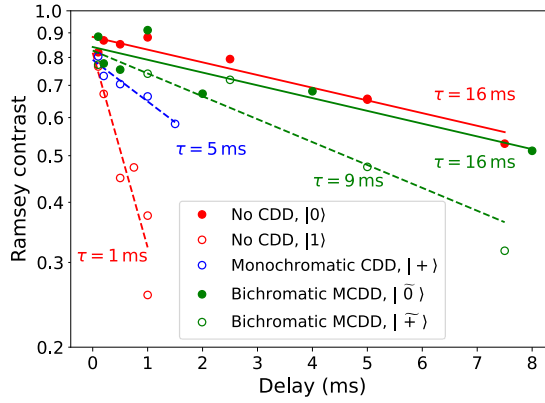


Рис. 28: Зависимость видности в Рэмси-эксперименте от задержки между  $\pi/2$ -импульсами. Разные цвета соответствуют разным схемам динамического декаплинга. Для каждой схемы (кроме одночастотной) измерено время когерентности для нескольких состояний кудита. Данные для состояний под действием схемы  $|0\rangle$  и  $|\tilde{0}\rangle$  показаны заполненными кружками. Состояние  $|1\rangle$  - не подверженное действию схемы и чувствительные к амплитуде радиочастотного поля состояния  $|+\rangle$  и  $|\tilde{\pm}\rangle$  представлены пустыми кружками. Видно, что без декаплинга время когерентности для  $|1\rangle$  значительно меньше, чем для  $|0\rangle$ , а двухчастотная схема обеспечивает сохранение когерентности для всех кудитных состояний на порядок дольше, чем для состояния  $|1\rangle$ , без использования какой-либо схемы. Одночастотная схема декаплинга показывает промежуточные результаты между двухчастотной схемой и отсутствием какой-либо защиты от флуктуаций магнитного поля.

значения без динамического декаплинга. Таким образом, результаты свидетельствуют о достижении времени когерентности для кудитов на уровне более 9 мс без какого-либо пассивного магнитного экранирования, что на порядок больше характерного времени для однокудитных операций и достаточно для нескольких десятков двухкудитных операций. Полученный результат может быть улучшен за счет использования более сильного задающего магнитного поля и методов стабилизации частоты Раби радиочастотного поля.

## Заключение

В данной работе исследовалось использование радиочастотных переходов в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  для квантовых вычислений. В частности, предложен новый метод адресации кубита (кудита) на базе сверхтонкого расщепления основного состояния вблизи квадрупольного перехода на длине волны 435 нм. Произведен теоретический анализ и численное моделирование двухкубитной перепутывающей операции типа MS-гейт. Кроме того, описана методика шейпирования лазерного импульса для снятия остаточной запутанности электронных и колебательных уровней в конце двухкубитной операции, что значительно повышает итоговую достоверность. Вычислена оптимальная форма импульса для кристалла из двух ионов и параметров, близких к экспериментальным. Достижимые значения достоверности операции превышают 99%, основным вкладом в ошибку операции является нерезонансное население промежуточного уровня  $^2D_{3/2}$  во время Рамановского перехода, который, в свою очередь, может быть снижен использованием большей отстройки при увеличении мощности лазерного излучения для сохранения скорости операции.

Также экспериментально продемонстрирована методика увеличения времени когерентности кудитных состояний при реализации оптического кудита на квадрупольном переходе методом непрерывного динамического декаплинга. Рассмотрены две схемы: одночастотный и двухчастотный декаплинг. Наибольшую эффективность показала двухчастотная схема, где время когерентности для магниточувствительных состояний возросло на порядок в сравнении с результатами без использования методики и составило более 9 мс. Предложенная методика позволит проводить алгоритмы, глубиной в сотни однокубитных и десятки двухкубитных операций без потери когерентности.

Дальнейшее развитие проекта предполагает реализацию полезных алгоритмов на базе оптических кудитов, а также экспериментальное исследование Рамановского перехода между сверхтонкими уровнями основного состояния вблизи квадрупольного перехода и последующую реализацию перепутывающей двухкубитной операции на его базе.

## Список литературы

- [1] B. Geogheot. Quantum computing for physics research. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 559(1):6–12, 2006. Proceedings of the X International Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research.
- [2] Ю.И. Манин. *Вычислимое и невычислимое*. Сов. радио, 1980.
- [3] Richard P Feynman. Simulating physics with computers. In *Feynman and computation*, pages 133–153. CRC Press, 2018.
- [4] Haryono Soeparno and Anzaludin Samsinga Perbangsa. Cloud quantum computing concept and development: A systematic literature review. *Procedia Computer Science*, 179:944–954, 2021.
- [5] Dianne P O’Leary, Gavin K Brennen, and Stephen S Bullock. Parallelism for quantum computation with qudits. *Physical Review A*, 74(3):032334, 2006.
- [6] David Deutsch and Richard Jozsa. Rapid solution of problems by quantum computation. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 439(1907):553–558, 1992.
- [7] David P DiVincenzo. The physical implementation of quantum computation. *Fortschritte der Physik: Progress of Physics*, 48(9-11):771–783, 2000.
- [8] Christoph Kloeffel and Daniel Loss. Prospects for spin-based quantum computing in quantum dots. *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.*, 4(1):51–81, 2013.
- [9] Daniel Loss and David P DiVincenzo. Quantum computation with quantum dots. *Physical Review A*, 57(1):120, 1998.
- [10] Karl K Berggren. Quantum computing with superconductors. *Proceedings of the IEEE*, 92(10):1630–1638, 2004.
- [11] Sergey Bravyi, Oliver Dial, Jay M Gambetta, Dario Gil, and Zaira Nazario. The future of quantum computing with superconducting qubits. *Journal of Applied Physics*, 132(16), 2022.

- [12] Fulvio Flamini, Nicolo Spagnolo, and Fabio Sciarrino. Photonic quantum information processing: a review. *Reports on Progress in Physics*, 82(1):016001, 2018.
- [13] Shuntaro Takeda and Akira Furusawa. Toward large-scale fault-tolerant universal photonic quantum computing. *APL Photonics*, 4(6), 2019.
- [14] David S Weiss and Mark Saffman. Quantum computing with neutral atoms. *Physics Today*, 70(7):44–50, 2017.
- [15] Antonio Negretti, Philipp Treutlein, and Tommaso Calarco. Quantum computing implementations with neutral particles. *Quantum information processing*, 10:721–753, 2011.
- [16] Chris Monroe. Quantum information processing with atoms and photons. *Nature*, 416(6877):238–246, 2002.
- [17] JF Poyatos, JI Cirac, and P Zoller. Schemes of quantum computations with trapped ions. *Fortschritte der Physik: Progress of Physics*, 48(9-11):785–799, 2000.
- [18] Christopher R Monroe and David J Wineland. Quantum computing with ions. *Scientific American*, 299(2):64–71, 2008.
- [19] David Deutsch and Artur Ekert. Quantum computation. *Physics World*, 11(3):47, 1998.
- [20] Wolfgang Paul. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Reviews of modern physics*, 62(3):531, 1990.
- [21] Pengfei Wang, Chun-Yang Luan, Mu Qiao, Mark Um, Junhua Zhang, Ye Wang, Xiao Yuan, Mile Gu, Jingning Zhang, and Kihwan Kim. Single ion qubit with estimated coherence time exceeding one hour. *Nature communications*, 12(1):233, 2021.
- [22] TP Harty, DTC Allcock, C J Ballance, L Guidoni, HA Janacek, NM Linke, DN Stacey, and DM Lucas. High-fidelity preparation, gates, memory, and readout of a trapped-ion quantum bit. *Physical review letters*, 113(22):220501, 2014.
- [23] AH Myerson, DJ Szwer, SC Webster, DTC Allcock, MJ Curtis, G Imreh, JA Sherman, DN Stacey, AM Steane, and DM Lucas. High-fidelity readout of trapped-ion qubits. *Physical Review Letters*, 100(20):200502, 2008.
- [24] Anders Sørensen and Klaus Mølmer. Quantum computation with ions in thermal motion. *Physical review letters*, 82(9):1971, 1999.

- [25] HC Nägerl, D Leibfried, F Schmidt-Kaler, J Eschner, and Rainer Blatt. Coherent excitation of normal modes in a string of  $\text{Ca}^+$  ions. *Optics Express*, 3(2):89–96, 1998.
- [26] Juan I Cirac and Peter Zoller. Quantum computations with cold trapped ions. *Physical review letters*, 74(20):4091, 1995.
- [27] H-X Yang, J-Y Ma, Y-K Wu, Ye Wang, M-M Cao, W-X Guo, Y-Y Huang, Lu Feng, Z-C Zhou, and L-M Duan. Realizing coherently convertible dual-type qubits with the same ion species. *Nature Physics*, 18(9):1058–1061, 2022.
- [28] S Ejtemaee, R Thomas, and PC Haljan. Optimization of  $\text{Yb}^+$  fluorescence and hyperfine-qubit detection. *Physical Review A*, 82(6):063419, 2010.
- [29] Ilya Vladimirovich Zalivako, Il’ya Aleksandrovich Semerikov, Aleksandr Stanislavovich Borisenko, Mikhail Dmitrievich Aksenov, K Yu Khabarova, and Nikolai Nikolaevich Kolachevsky. Experimental study of the optical qubit on the 435-nm quadrupole transition in the  $^{171}\text{Yb}^+$  ion. *JETP Letters*, 114(2):59–64, 2021.
- [30] Shantanu Debnath. *A programmable five qubit quantum computer using trapped atomic ions*. PhD thesis, University of Maryland, College Park, 2016.
- [31] Yang Wang, Xianli Zhang, Theodore A Corcovilos, Aishwarya Kumar, and David S Weiss. Coherent addressing of individual neutral atoms in a 3d optical lattice. *Physical review letters*, 115(4):043003, 2015.
- [32] Sungjoo Lim, Seunghyun Baek, Jacob Withlow, Marissa D’Onofrio, Tianyi Chen, Samuel Phiri, Stephen Crain, Kenneth R Brown, Jungsang Kim, and Junki Kim. Design and characterization of individual addressing optics based on multi-channel acousto-optic modulator for  $^{171}\text{Yb}^+$  qubits. *arXiv preprint arXiv:2402.13560*, 2024.
- [33] <https://gandh.com/products/acousto-optics/multi-channel-modulators/aomc-125-24>.
- [34] Robert J Niffenegger, Jules Stuart, Cheryl Sorace-Agaskar, Dave Kharas, Suraj Bramhavar, Colin D Bruzewicz, William Loh, Ryan T Maxson, Robert McConnell, David Reens, et al. Integrated multi-wavelength control of an ion qubit. *Nature*, 586(7830):538–542, 2020.



- [35] Karan K Mehta, Chi Zhang, Maciej Malinowski, Thanh-Long Nguyen, Martin Stadler, and Jonathan P Home. Integrated optical multi-ion quantum logic. *Nature*, 586(7830):533–537, 2020.
- [36] Shannon X Wang, Guang Hao Low, Nathan S Lachenmyer, Yufei Ge, Peter F Herskind, and Isaac L Chuang. Laser-induced charging of microfabricated ion traps. *Journal of Applied Physics*, 110(10), 2011.
- [37] S Haze, T Ohno, K Toyoda, and S Urabe. Measurement of the coherence time of the ground-state zeeman states in  $40\text{ ca}^+$ . *Applied Physics B*, 105:761–765, 2011.
- [38] Ilya V Zalivako, Alexander S Borisenko, Ilya A Semerikov, Andrey Korolkov, Pavel L Sidorov, Kristina Galstyan, Nikita V Semenin, Vasiliy Smirnov, Mikhail A Aksenov, Aleksey K Fedorov, et al. Continuous dynamical decoupling of optical qubits with radiofrequency fields. *arXiv preprint arXiv:2305.06071*, 2023.
- [39] Samuel Earnshaw. On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 7:97, 1848.
- [40] K Koo, J Sudbery, DM Segal, and RC Thompson. Doppler cooling of  $\text{ca}^+$  ions in a penning trap. *Physical Review A*, 69(4):043402, 2004.
- [41] F. Schmidt-Kaler, J. Eschner, G. Morigi, C.F. Roos, D. Leibfried, A. Mundt, and R. Blatt. Laser cooling with electromagnetically induced transparency: application to trapped samples of ions or neutral atoms. *Applied Physics B*, 73(8):807–814, December 2001.
- [42] L Feng, WL Tan, A De, A Menon, A Chu, Guido Pagano, and Christopher Monroe. Efficient ground-state cooling of large trapped-ion chains with an electromagnetically-induced-transparency tripod scheme. *Physical Review Letters*, 125(5):053001, 2020.
- [43] Guin-Dar Lin and L.-M. Duan. Sympathetic cooling in a large ion crystal. *Quantum Information Processing*, 15(12):5299–5313, November 2015.
- [44] P. L. Sidorov, K. Yu. Khabarova, I. V. Zalivako, A. S. Borisenko, and I. A. Semerikov. Optimization of raman cooling of  $25\text{mg}^+$  ion to ground vibrational state in linear paul trap. *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*, 46(4):138–142, April 2019.

- [45] Wilhelm Magnus. On the exponential solution of differential equations for a linear operator. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 7(4):649–673, November 1954.
- [46] I.I. Sobelman. *Введение в теорию атомных спектров*. Наука, 1977.
- [47] M.A. Nielsen and I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge Series on Information and the Natural Sciences. Cambridge University Press, 2000.
- [48] M. F. Brandl, M. W. van Mourik, L. Postler, A. Nolf, K. Lakhmanskiy, R. R. Paiva, S. Möller, N. Daniilidis, H. Häffner, V. Kaushal, T. Ruster, C. Warschburger, H. Kaufmann, U. G. Poschinger, F. Schmidt-Kaler, P. Schindler, T. Monz, and R. Blatt. Cryogenic setup for trapped ion quantum computing. *Review of Scientific Instruments*, 87(11), November 2016.